



Problema 12

14 Marzo 2012

Descrizione

Considera la seguente versione della “conta” che, traendo spunto dal racconto di Giuseppe Flavio, prevede venga servito un commensale ogni tre anziché uno ogni due:

N sgabelli sono disposti in cerchio attorno a una tavola rotonda, numerati da 1 a N in senso orario (in particolare a sinistra dello sgabello n. N si trova lo sgabello n. 1). Inizialmente, su ciascuno sgabello prende posto un cavaliere con una tazza davanti a sé e il cavaliere seduto al posto n. 1 riceve una brocca di sidro abbastanza capiente per soddisfare tutti. Per servire il sidro si procede applicando le seguenti regole. Identifichiamo con A il cavaliere che in un certo momento ha la brocca; con B quello più prossimo alla sinistra di A; con C quello più prossimo alla sinistra di B. (Detto altrimenti, A, B e C sono i primi tre commensali che si incontrano, nell'ordine, procedendo attorno alla tavola in senso orario a partire da A.) B solleva la tazza di C e la avvicina ad A affinché A possa versargli il sidro. Una volta riempita la propria tazza, C si allontana dalla tavola e va a bersi il sidro sotto una pergola. Quindi A passa la brocca al commensale che si trovava alla sinistra di C prima che quest'ultimo si allontanasse. Di volta in volta chi riceve la brocca e i due commensali successivi si comportano allo stesso modo, finché le regole non possono più essere applicate perché solo gli ultimi due cavalieri rimangono seduti a tavola.

Poiché la brocca contiene sidro in abbondanza, i due cavalieri che dovranno servirsi per ultimi avranno l'opportunità di vuotarla riempiendo ripetutamente le proprie tazze. Immagina che tu e un/a amico/a siete due dei cavalieri, quali sgabelli scegliereste, identificati dai due corrispondenti numeri, per avere questo privilegio?

(i) Procedendo in modo analogo a quanto visto a lezione, scrivi un programma che risolve il problema proposto modellando la situazione con un dato astratto *tavola-rotonda*, basato sul protocollo:

(new-round-table n) : interi $\rightarrow$ configurazioni (disposizione iniziale con $n \geq 2$)
(number-of-knights-in tab) : configurazioni $\rightarrow$ interi (numero di cavalieri a tavola)
(two-serving-knights-in tab) : configurazioni $\rightarrow$ coppia (i due cavalieri che servono il terzo se c'è)
(after-next-exit-from tab) : configurazioni $\rightarrow$ configurazioni (uscita e passaggio della brocca)

(ii) Realizza quindi una versione più “efficiente” delle procedure del protocollo, utilizzando due liste come nell'esempio discusso a lezione (e sperimentane le prestazioni per elevati valori di n).

Esempi (supponendo che la procedura principale sia denominata gflavio)

(gflavio 2)	$\rightarrow$	'(1 2)
(gflavio 3)	$\rightarrow$	'(1 2)
(gflavio 4)	$\rightarrow$	'(4 1)
(gflavio 5)	$\rightarrow$	'(2 4)
(gflavio 6)	$\rightarrow$	'(5 1)
(gflavio 7)	$\rightarrow$	'(1 4)
(gflavio 8)	$\rightarrow$	'(4 7)
(gflavio 12)	$\rightarrow$	'(5 10)
(gflavio 10000)	$\rightarrow$	'(8923 2692)