

## La logica del tempo da Aristotele ai computer

**Angelo Montanari**

Dipartimento di Matematica e Informatica

Università di Udine, Italy

*montana@dimi.uniud.it*

### **Struttura dell'intervento**

- 1) una breve introduzione
- 2) il tempo e il linguaggio
- 3) fisica, logica, computer science e tempo
- 3) logica e tempo: dalla sintesi alla dissociazione
- 4) la riconciliazione di logica e tempo
- 5) computer science e logica temporale

### Una questione preliminare

Il tempo tra fisica, filosofia, logica matematica e computer science:  
**continuità o contrapposizione?**

Einstein (cito a memoria) ha affermato che il senso comune altro non è che l'insieme dei pregiudizi acquisiti nei primi 18 anni di vita.

**Un esempio.** La fisica prerelativistica postulava l'esistenza di un tempo universale uguale per tutti gli osservatori.

### Continuità o contrapposizione?

**Contro** la spettacolarizzazione della scienza, che la rende più estranea e non più familiare. Anziché stupirvi con "effetti speciali", cercherò di mostrarvi il **filo rosso** che lega la riflessione sul tempo sviluppatasi in ambito scientifico e filosofico (senza **confondere i piani**). In particolare, cercherò di evidenziare il legame che intercorre tra alcune tematiche filosofiche classiche e diverse problematiche di interesse per la computer science.

**Un esempio.** Leibniz si oppose al concetto di tempo assoluto di Newton ("Il tempo assoluto, vero e matematico fluisce di per se stesso e per la sua propria natura, in modo eguale senza relazione con alcuna cosa esterna" Principia, Newton): secondo Newton l'universo ha un orologio (gli istanti di tempo esistono indipendentemente dagli eventi), secondo Leibniz è un orologio (il tempo è derivato dagli eventi, non viceversa).

## Cos'è il tempo?

Cos'è il tempo allora? Se nessuno me lo chiede, lo so; se voglio spiegarlo a qualcuno che me lo chiede, non lo so. (S. Agostino, Confessioni XI, c. XIV, xvii)

**Osservazione 1.** (Appellandoci, più o meno legittimamente, a S. Agostino) rinunciamo programmaticamente a tentare di rispondere alla domanda: "cos'è il tempo?", limitandoci ad assumerlo come un utile strumento concettuale per trattare un certo numero di problemi di rilievo in un dato ambito disciplinare.

**Osservazione 2.** Di fatto, questioni classiche relative alla natura del tempo riemergono, più o meno esplicitamente, nella ricerca contemporanea sulla logica del tempo (il dividing instant problem, le unità fondamentali: punti o intervalli, la natura discreta o densa del tempo, tempo lineare, ramificato, ciclico, etc.).

## Tempo oggettivo e tempo soggettivo

Ogni concetto di tempo sorge nel contesto di una **specificità attività umana**, finalizzata ad uno dato scopo, ed è segnato, in modo inevitabile ed essenziale, da tale scopo (Lawrence, Levels of Language of Discourse about Time).

### Alcuni esempi:

- il calendario gregoriano (date, orologi, etc.)
- la nozione di istante corrente (now) e la direzione del tempo (passato/presente/futuro)

**Il legame col linguaggio** naturale: uno studio appropriato del tempo non può prescindere da un'analisi delle caratteristiche e degli strumenti generali della comunicazione (linguistica).

## **Il tempo e il linguaggio (naturale)**

**Logica e linguaggio:** la logica come strumento per l'analisi e la formalizzazione delle strutture sintattiche e semantiche del linguaggio naturale (buona parte della filosofia del novecento è caratterizzata da un generale approccio logico-linguistico ai problemi filosofici).

Lo studio del linguaggio (in particolare, lo studio del significato delle espressioni in linguaggio naturale) è essenziale per la comprensione del tempo.

Come catturare la dimensione temporale insita nel linguaggio naturale?  
La logica dei tempi verbali (**tense logic**).

**Osservazione.** I destini di linguaggio e logica temporale sembrano essere strettamente legati. L'interesse/disinteresse per l'uno e l'altra sembrano procedere di pari passo. Non a caso, la nozione di linguaggio occupa un posto centrale nell'ambito della computer science.

## **Dalla logica classica ..**

La verità atemporale della logica classica e la verità della logica modale/temporale.

**Esempio 1.** "Se nessuno scapolo è un uomo felice, allora nessun uomo felice è scapolo" (Carnap). Si noti che la verità di tale enunciato dipende dal significato delle parole logiche "se", "allora", "non" ed "è", ma non dipende dal significato di "scapolo", "felice" e "uomo".

**Esempio 2.** "Nessuno scapolo è sposato" (Quine). La verità dell'enunciato dipende dal significato attribuito a "scapolo" e "sposato", o, meglio, dal sapere che hanno significati incompatibili.

**Esempio 3.** "I corpi cadono verso la terra con una accelerazione di 9,8 metri al secondo per secondo" (Carnap). La verità di tale enunciato dipende dall'informazione fattuale intorno al mondo fisico.

### **.. alla logica modale/temporale**

**Esempio 4.** "Il presidente della repubblica è calvo". La verità di tale affermazione può variare nel tempo.

**Esempio 5.** "Domani ci sarà una battaglia navale". È il classico esempio di Aristotele. È possibile assegnare un valore di verità ad una tale affermazione?

**Esempio 6.** "Se è vero che sto tenendo una conferenza sulla logica del tempo, allora sarà sempre vero che ho tenuto una conferenza sulla logica del tempo". Tale affermazione rimane vera sostituendo a "sto tenendo una conferenza sulla logica del tempo" una qualunque altra proposizione.

### **Alcune osservazioni**

**Osservazione 1.** Non confondere la tradizionale distinzione tra verità analitiche e verità sintetiche/fattuali con la distinzione tra logiche classiche e logiche temporali.

**Osservazione 2.** Le proposizioni della logica temporale sono funzioni proposizionali con argomenti temporali (van Frassen), ossia non sono semplicemente vere o false, ma sono vere o false in un dato istante/intervallo temporale.

**Osservazione 3.** Il tentativo di fornire una caratterizzazione logica del linguaggio naturale (dai filosofi e teologi medievali a Prior) non può prescindere dal trattamento della dimensione temporale.

## Fisica, logica e computer science

Qual è il legame che intercorre tra le nozioni di tempo in fisica, filosofia, logica (matematica) e computer science?

Affronteremo nell'ordine i seguenti punti:

- il tempo della fisica: un breve cenno;
- il tempo della computer science: un'introduzione;
- il tempo della filosofia e della logica (matematica): una lunga storia;
- il tempo della computer science: un'approfondimento

## Il tempo della fisica

Alcuni snodi fondamentali:

- tempo percepito come strettamente collegato al movimento/cambiamento e descrivibile attraverso numeri
- la meccanica newtoniana (le leggi della dinamica e la simmetria temporale: predizioni e postdizioni)
- i paradossi di Zenone e l'analisi infinitesimale (l'infinita divisibilità del tempo/**tempo denso**)
- la termodinamica (l'entropia e la freccia del tempo)
- la relatività e la meccanica quantistica

## Il tempo della computer science

La chiave di comprensione del tempo della computer science è la nozione di **algoritmo**. Un calcolatore (automa/macchina) è un modello formale per la descrizione di procedure effettive (algoritmi/programmi).

**Un esempio.** Quanti sono i possibili ordinamenti di  $n$  oggetti distinti (permutazioni)? Un programma per il calcolo del fattoriale di un intero  $n \geq 1$ :  $n! = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 1$

```
procedure FATTORIALE (n)
  begin   k := 1; i := 1;
         while i=< n do
           begin   k := k X i; i := i + 1 end;
         return k
  end;
```

## Computazioni e tempo discreto

Ogni algoritmo deve possedere le seguenti proprietà:

- (i) deve essere finitamente descrivibile;
- (ii) deve consistere di un insieme di passi discreti, ciascuno dei quali deve essere eseguibile automaticamente.

Una **computazione** è una successione, finita o infinita, di stati di esecuzione dell'algoritmo, dove stato = valore delle variabili (nell'esempio, ogni stato di esecuzione dell'algoritmo è caratterizzato dal valore delle variabili  $k$ ,  $i$  ed  $n$ )

Computazioni e **tempo discreto** (stati/istanti).

## Una breve panoramica

Se da un lato il tempo è inerentemente legato alla nozione di algoritmo, dall'altro entra in gioco esplicitamente in una grande varietà di **aree** della computer science:

- i sistemi per l'**elaborazione del linguaggio naturale** (ad esempio, traduzione automatica, generazione automatica di riassunti, etc.).
- i sistemi di **pianificazione** in intelligenza artificiale (ad esempio, la pianificazione del comportamento di un robot finalizzato al conseguimento di un certo obiettivo, in un dato ambiente, date certe condizioni iniziali);
- le **basi di dati** temporali (ad esempio, archivi medici, sistemi di supporto alle decisioni in ambito medico)
- la **specificità** dei sistemi reattivi (ad esempio, sistemi per la produzione e la distribuzione di energia, programmi per il monitoraggio di sistemi remoti, sistemi distribuiti e mobili)

## Il problema del tempo in una prospettiva storica

Un **problema metodologico**: è lecito (ri)formulare problemi classici (la battaglia navale di Aristotele, l'argomento vittorioso di Diodoro Crono, etc.) usando formalismi moderni, quando proprio l'assenza di un formalismo adeguato era uno dei maggiori problemi (il problema)?

**Tre momenti fondamentali**: sintesi, dissociazione e riconciliazione. Il tempo è parte integrale della riflessione logica durante i periodi classico e medievale; viene rimosso nel periodo rinascimentale; viene reintrodotta a pieno titolo nel diciannovesimo e, soprattutto, nel ventesimo secolo.

## Logica e tempo: dalla sintesi alla dissociazione

- movimento e tempo (Aristotele)
- il problema dei contingenti futuri (Aristotele)
- l'argomento vittorioso (Diodoro Crono)
- amplatio: termini che fanno riferimento ad entità che attualmente non esistono (Alberto di Sassonia)
- la durata del presente (Buridano)
- incipit/desinit (Sherwood)
- tempo e conseguenza logica (Ockham, Buridano)
- temporalis: connettivi e proposizioni temporali (Avicenna, Buridano)
- prescienza divina, determinismo e libero arbitrio (Anselmo, Ockham, Leibniz)

## Movimento e tempo

Aristotele mette in luce la stretta relazione che intercorre tra **tempo e movimento**, caratteristica distintiva della sostanza sensibile, oggetto di indagine della filosofia seconda, o fisica.

Il movimento è il passaggio dall'essere in potenza all'essere in atto. Caratteristica del movimento è la **continuità**. Nel continuo si distinguono **il prima e il poi**. "Il tempo è il numero del movimento secondo il prima e il poi" (Aristotele, Fisica).

Per Aristotele, il tempo è un **infinito potenziale**, in quanto non può esistere tutto insieme attualmente, ma si svolge e si accresce senza fine.

## Tempo, verità e possibilità

Il famoso esempio della **battaglia navale** (problema dei **contingenti futuri**), ovvero come vanno interpretate le due affermazioni (Aristotele, De Interpretatione):

”Domani ci sarà una battaglia navale”

”Domani non ci sarà una battaglia navale”

Possiamo sostenere che affermazioni come le precedenti sono vere o false già oggi? O, al contrario, dobbiamo affermare che il loro valore di verità è indeterminato e che quindi non si può affermare che esse possiedano oggi un effettivo valore di verità? Le risposte a tali questioni sono strettamente connesse alle nozioni modali di **necessità** e **possibilità** (i modi della verità).

## Necessità e possibilità

Se assumiamo la verità della prima affermazione oggi, non ne segue che essa è **necessariamente** vera oggi?

Ancora, se domani dovessimo constatare che non vi è stata alcuna battaglia, sarebbe corretto affermare oggi una tale **possibilità**?

Sulla base di un'assunzione di base di **indeterminatezza**, Aristotele afferma che nessuna delle due affermazioni è oggi necessaria (necessariamente vera). Lo stesso non vale per affermazioni relative al passato o al presente, che per Aristotele sono o necessariamente vere o necessariamente false.

## Anticipazioni

Lukasiewicz vede nella posizione di Aristotele un argomento in favore delle **logiche a tre valori** (vero, falso, indefinito/indeterminato). Per un certo periodo, Prior condivide tale interpretazione ritenendola l'unica via possibile per costruire una **logica temporale non deterministica**.

Successivamente Prior proporrà due diverse logiche temporali non deterministiche bivalenti (vero/falso), l'una basata su idee di Ockham, l'altra su idee di Peirce.

Come modellare i futuri contingenti (non determinismo) con le nozioni modali di necessità e possibilità? Il **tempo ramificato**: "Se il determinista vede il tempo come una linea, l'indeterminista lo vede come un sistema di cammini ramificati" (Burgess, *The Unreal Future*).

determinismo = tempo lineare **vs.** non determinismo = tempo ramificato

## L'argomento vittorioso di Diodoro Crono

L'argomento vittorioso di Diodoro Crono fu interpretato nel mondo classico come un argomento utilizzato per provare la verità del **fatalismo**. Sfortunatamente solo le premesse e la conclusione dell'argomento sono note.

L'argomento vittorioso è un **trilemma**. Nella formulazione di Epitteto, Diodoro prova che le seguenti tre proposizioni non possono essere tutte vere:

"Ogni proposizione vera circa il passato è necessaria"

"Una proposizione impossibile non può seguire da una possibile"

"C'è una proposizione che è possibile, ma che non è né sarà vera"

### Significato dell'argomento vittorioso di Diodoro Crono

Diodoro usa tale incompatibilità, combinata con la plausibilità delle prime due proposizioni, per concludere la falsità della terza.

Assumendo la verità delle prime due proposizioni, Diodoro definisce possibilità e necessità nel seguente modo:

1. il possibile è ciò che è o sarà vero
2. il necessario è ciò che, essendo vero, non può essere falso

Recentemente, l'argomento vittorioso di Diodoro Crono è stato interpretato come (i) un argomento a favore del determinismo; (ii) un tentativo di chiarire le relazioni concettuali tra **tempo e modalità**.

### Incipit/desinit o dei limiti temporali

La logica medievale ha dedicato particolare attenzione all'analisi delle problematiche poste dall'uso dei verbi "iniziare/finire", legate alla definizione di **limite temporale**, questioni in parte già presenti nella Fisica di Aristotele (Kilvington, Sophismata; Sherwood, Syncategoremata).

Si consideri la frase:

"Socrate comincia a correre",

oppure la frase:

"Socrate cessa di vivere".

Diverso è il caso della frase:

"Socrate comincia ad incanutire".

## **Permanencia e successiva**

Occorre distinguere tra stati/cose **permanenti** (che possono manifestarsi simultaneamente) e stati/cose **successivi** (che si manifestano uno dopo l'altro).

Come va compresa la frase: "Socrate comincia a correre"? Può essere interpretata come: "Ora Socrate non sta correndo, ma correrà immediatamente dopo"? Come si passa dallo stato di quiete allo stato di moto?

È il **dividing instant problem** ancor oggi dibattuto nell'ambito dell'Intelligenza Artificiale. Nel caso di stati successivi, occorre evitare sia la coesistenza di stati incompatibili (vita e morte) che la presenza di buchi (gap) nei valori di verità (in ogni stato Socrate o è vivo o è morto). Occorre inoltre distinguere tra domini temporali discreti e densi.

## **Anticipazioni**

Nella soluzione proposta da Sherwood ad alcuni "sofismi" relativi a incipit/desinit si prefigura la possibilità di distinguere tra tempo discreto e denso attraverso formule (assiomi) della logica temporale.

La distinzione tra permanencia e successiva anticipa la **caratterizzazione dei verbi** della linguistica contemporanea in (Vendler, *Linguistics and Philosophy*):

- stati (permanencia; ad esempio, incanutire)
- eventi istantanei (achievement)
- eventi non istantanei/processi (accomplishment)
- attività (successiva; ad esempio, correre)

## **Logica medievale e tempo**

Prior afferma che la posizione dei **logici medievali** nei confronti del tempo si può riassumere nelle seguenti due affermazioni:

- le distinzioni temporali sono un tema rilevante per la riflessione logica
- ciò che è vero in un dato istante è in molti casi falso in un altro istante e viceversa

Nel passaggio dalla scolastica all'**umanesimo rinascimentale** viene meno l'interesse per la disciplina della dialettica, per gli studi e le dispute logici, percepiti come astratti e senza costrutto.

## **Non c'è spazio per il tempo**

- la logica e la disciplina della retorica (Valla, Agricola)
- la logica umanistica, l'arte dell'argomentazione, che rifiuta il linguaggio "artificiale" (oggi diremmo formale/logico) dei logici scolastici (Vives, Ramus)
- la logica come metodologia e la sua separazione dal linguaggio (Bacone)
- verità (logica) senza tempo (Leibniz, Kant, Frege)

**Osservazione** la logica medievale sconta l'assenza di un formalismo adeguato

### **Verità (logica) senza tempo**

Per Frege la verità in logica è completamente atemporale: il tempo in cui viene fatta una certa affermazione è considerato parte del pensiero che si vuole esprimere.

Se qualcuno vuole dire oggi la stessa cosa che ha detto ieri, deve sostituire il termine oggi con il termine ieri.

Non c'è spazio per una concezione delle proposizioni come funzioni nella variabile tempo.

### **La riconciliazione di logica e tempo**

- logica, linguaggio e tempo (Boole)
- tempo e modalità (Peirce)
- tempo e logica trivalente (Lukasiewicz)
- una struttura a tre punti dei tempi verbali: tempo dell'evento, tempo di riferimento e tempo dell'affermazione nella frase: "io avrò visto Giovanni" (Reichenbach)
- (sistemi formali/calcoli per) la logica dei tempi verbali (Prior)
- determinismo, libero arbitrio e tempo ramificato (Prior)
- l'enfasi sul tempo corrente della logica dei tempi verbali e la relatività ristretta (Prior)

**Un'anticipazione letteraria** dell'idea del tempo ramificato si trova nel racconto "The Garden of Forking Paths", in *Ficciones*, J.L. Borges, 1962.

## Computer science e logica temporale

Una distinzione fondamentale: programmi imperativi (che terminano) e programmi reattivi (non terminanti).

**Esempio 1.** Un programma imperativo: il calcolo del fattoriale di un intero  $n \geq 1$ .

Analisi di programmi imperativi:

il significato di un programma come funzione che lega l'input all'output  
correttezza parziale + prova di terminazione = correttezza totale  
strumenti concettuali: pre e post condizioni, invarianti di ciclo.

## Programmi reattivi

**Esempio 2.** Un programma reattivo: gestione in mutua esclusione di una risorsa critica condivisa (ad esempio, una stampante).

```

local y: integer where y = 1
  l0: loop forever do
    l1: non critical;
P1::  l2: request y;
      l3: critical;
      l4: release y

||
  m0: loop forever do
    m1: non critical;
P2::  m2: request y;
      m3: critical;
      m4: release y

```

## Specifica di proprietà

Ogni computazione (infinita) del programma deve soddisfare due proprietà fondamentali:

1. **accessibilità**: ogni richiesta di accedere alla regione critica da parte di P1 o di P2 deve essere prima o poi (in un tempo **arbitrariamente lungo**, ma **finito**) soddisfatta;
2. **mutua esclusione**: P1 e P2 non possono mai trovarsi contemporaneamente all'interno della regione critica.

Tali proprietà possono essere specificate usando la **logica temporale** (Pnueli, Turing Award).

## Verifica di proprietà

Come possiamo padroneggiare nondeterminismo e infinito che entrano in gioco quando vogliamo specificare il comportamento atteso di un sistema reattivo (a stati finiti)?

Programmi reattivi e **nondeterminismo**: dato lo stato corrente del programma ad un certo punto della computazione, può accadere che vi siano più possibili stati successivi. In tal caso, il programma sceglie non deterministicamente uno di essi quale stato successivo della computazione (tempo ramificato).

Il comportamento di un programma è descritto da numero **infinito** di computazioni. Ogni computazione è **infinita** (tempo infinito).

**Esempio.** Con riferimento al programma per la gestione della mutua esclusione, come è possibile verificare finitamente se una data computazione (non) rispetta il requisito di accessibilità?

## Algoritmi di verifica

Come possiamo verificare che una specifica non contenga richieste contraddittorie (**verifica della soddisfacibilità** di una formula della logica temporale)?

Come possiamo verificare che un programma soddisfi le proprietà richieste, ossia che tutte le possibili computazioni del programma rispettino le condizioni volute (**verifica del modello**)?

Decidibilità e algoritmi per la verifica della soddisfacibilità e per la verifica del modello.

Il ruolo fondamentale della **periodicità** (cicli di un grafo).

## Bibliografia

J. van Benthem, *The Logic of Time*. Kluwer Academic Publishers, 1991.

R. Carnap, *Philosophical Foundations of Physics*. Basic Books Inc., 1966.

E.A. Emerson, *Temporal and Modal Logic*. In: *Handbook of Theoretical Computer Science*, Vol. B, J. van Leeuwen (ed.), Elsevier Science Pub., 1990.

A. Montanari, *Metric and Layered Temporal Logic for Time Granularity*. ILLC Dissertation Series 1996-02, University of Amsterdam, 1996.

P. Ohrstrom and P.F.V. Hasle, *Temporal Logic. From Ancient Ideas to Artificial Intelligence*, Kluwer Academic Publishers, 1995.

N. Rescher and A. Urquhart. *Temporal Logic*. Library of Exact Philosophy, Springer-Verlag, Berlin, 1971.

W. Thomas, *Languages, Automata, and Logic*. In: *Handbook of Formal Languages*, Vol. III, 1997.