

Prova scritta di Elementi di Logica Matematica

9 settembre 2004

Cognome

Nome

Matricola

Scrivete **subito** il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco.

Svolgete gli esercizi direttamente sul testo a penna. Dovete consegnare solo il foglio del testo: nessun foglio di brutta.

Ogni esercizio è composto da alcune domande, e per ogni domanda è indicato il relativo punteggio. Nella prima parte se la risposta è corretta, il punteggio viene aggiunto al totale, mentre se la risposta è errata il punteggio viene sottratto. L'assenza di risposta non influisce sul punteggio totale.

Per superare l'esame bisogna raggiungere 18 punti, di cui almeno 5 relativi alla prima parte.

PRIMA PARTE

Barrate la risposta che ritenete corretta.

1. Ogni formula proposizionale è logicamente equivalente ad una congiunzione di letterali.

V	F
---	---

 1pt
2. $\neg p \wedge q \Rightarrow r, p \vee \neg q \Rightarrow r \models r$.

V	F
---	---

 1pt
3. $\forall x p(x) \Rightarrow \exists x q(x)$ è una α -formula, una β -formula, una γ -formula o una δ -formula?

α	β	γ	δ
----------	---------	----------	----------

 1pt
4. Siano A e B formule tali che $A \models B$. Allora (le conclusioni corrette possono essere nessuna, una o più d'una):
 - se A è valida allora B è valida;

V	F
---	---

 1pt
 - se A è soddisfacibile allora B è soddisfacibile;

V	F
---	---

 1pt
 - se A è insoddisfacibile allora B è insoddisfacibile.

V	F
---	---

 1pt
5. Se A è una formula proposizionale valida allora esiste un tableau per $\neg A$ che è chiuso.

V	F
---	---

 2pt
6. Se I è un'interpretazione tale che per ogni simbolo di costante a si ha $I \models p[a]$ allora $I \models \forall x p(x)$.

V	F
---	---

 1pt

SECONDA PARTE

7. L'insieme di formule 4pt

$$\{\exists x p(x), \forall x(\neg p(x) \vee q(x)), \exists x \neg q(x)\}$$

è soddisfacibile? Giustificate la vostra risposta. (Svolgete questo esercizio sul retro del foglio)

8. La conseguenza logica 4pt

$$\forall x \forall y (r(x, y) \wedge p(x) \Rightarrow \neg p(y)) \models \forall x (p(x) \Rightarrow \neg r(x, x))$$

è corretta? Giustificate la vostra risposta. (Svolgete questo esercizio sul retro del foglio)

9. Sia $\{b, c, g, f, i\}$ un linguaggio dove b, c e g sono simboli di relazione unari, e f e i sono simboli di relazione binari. Interpretando $b(x)$ come “ x è bianco”, $c(x)$ come “ x è un cane”, $g(x)$ come “ x è un gatto”, $f(x, y)$ come “ x è figlio di y ”, $i(x, y)$ come “ x insegue y ”, traducete le seguenti frasi, utilizzando lo spazio sotto ognuna di esse:

(i) ogni cane bianco è figlio di un cane bianco; 3pt

(ii) ogni gatto bianco è inseguito da tutti i cani bianchi; 3pt

(iii) qualche cane bianco è figlio di un cane non bianco e insegue tutti gatti. 3pt

10. Utilizzate il metodo dei tableau per stabilire se l'insieme di formule proposizionali 5pt

$$\{p \Rightarrow q \vee \neg r, \neg q \Rightarrow r, \neg(\neg q \Rightarrow \neg p)\}$$

è soddisfacibile. In caso affermativo trovate un'interpretazione che lo soddisfa. (Svolgete questo esercizio sul retro del foglio)

11. Usando l'algoritmo di Fitting, mettete in forma normale congiuntiva la formula 2pt

$$(p \Rightarrow \neg q \wedge r) \Rightarrow \neg(s \wedge \neg t \Rightarrow \neg(u \vee v)).$$

(Utilizzate lo spazio qui sotto)