

Prova scritta di Elementi di Logica Matematica

6 aprile 2004

Cognome

Nome

Matricola

Scrivete **subito** il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco.

Svolgete gli esercizi direttamente sul testo a penna. Dovete consegnare solo il foglio del testo: nessun foglio di brutta.

Ogni esercizio è composto da alcune domande, e per ogni domanda è indicato il relativo punteggio. Nella prima parte se la risposta è corretta, il punteggio viene aggiunto al totale, mentre se la risposta è errata il punteggio viene sottratto. L'assenza di risposta non influisce sul punteggio totale.

Per superare l'esame bisogna raggiungere 18 punti, di cui almeno 5 relativi alla prima parte.

PRIMA PARTE

Barrate la risposta che ritenete corretta e riempite gli spazi vuoti.

1. Se $A, B \models C$ allora $A \vee B \Rightarrow C$ è valida.

V	F
---	---

 1pt
2. $p \wedge q \Rightarrow r$ è una α -formula o una β -formula?

α	β
----------	---------

 1pt
I suoi ridotti sono e 1pt
3. Siano A, B, C, D formule tali che $A \models B$ e $C \models \neg D$. Allora (le conclusioni corrette possono essere nessuna, una o più d'una):
 $A \vee C \models \neg(B \wedge D)$;

V	F
---	---

 1pt
 $A \wedge \neg C \models B \wedge D$;

V	F
---	---

 1pt
 $D \models \neg C$.

V	F
---	---

 1pt
4. $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ è valida.

V	F
---	---

 1pt
5. $\forall x p(x) \wedge \forall y q(y)$ è logicamente equivalente a $\forall x(p(x) \wedge q(x))$.

V	F
---	---

 1pt
6. Un tableau semantico per una formula predicativa soddisfacibile che non venga costruito con sistematicità può essere chiuso.

V	F
---	---

 2pt

SECONDA PARTE

7. Scrivete un insieme di Hintikka che contenga la formula 4pt

$$\forall x \neg(p(x) \Rightarrow \exists y(r(a, y) \wedge p(y))).$$

Spiegate perché il vostro insieme è di Hintikka. (Svolgete questo esercizio sul retro del foglio)

8. La formula 4pt

$$\exists x \forall y r(x, y) \wedge \exists x \forall y \neg r(y, x)$$

è soddisfacibile? Giustificate la vostra risposta. (Svolgete questo esercizio sul retro del foglio)

9. Sia $\{c, g, p, a\}$ un linguaggio dove c e g sono simboli predicativi unari, p e a sono simboli predicativi binari. Interpretando $c(x)$ come “ x è un cane”, $g(x)$ come “ x è un gatto”, $p(x, y)$ come “ x è il padrone di y ”, $a(x, y)$ come “ x ama y ”, traducete le seguenti frasi:

(i) ogni cane non ama nessun gatto; 3pt

(ii) tutti i cani e i gatti hanno un padrone; 3pt

(iii) i cani senza padrone non sono amati da nessuno. 3pt

10. Utilizzate il metodo dei tableau per dimostrare che la formula 5pt

$$A = (\neg p \Rightarrow \neg q \wedge \neg r) \wedge \neg(q \vee r \Rightarrow p \wedge \neg s) \wedge \neg(r \wedge s)$$

è soddisfacibile. Scrivete un'interpretazione che soddisfa A . (Svolgete questo esercizio sul retro del foglio)

11. Usando l'algoritmo di Fitting, mettete in forma normale congiuntiva la formula A dell'esercizio precedente. 2pt

Prova scritta di Elementi di Logica Matematica

6 aprile 2004

Cognome

Nome

Matricola

Scrivete **subito** il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco.

Svolgete gli esercizi direttamente sul testo a penna. Dovete consegnare solo il foglio del testo: nessun foglio di brutta.

Ogni esercizio è composto da alcune domande, e per ogni domanda è indicato il relativo punteggio. Nella prima parte se la risposta è corretta, il punteggio viene aggiunto al totale, mentre se la risposta è errata il punteggio viene sottratto. L'assenza di risposta non influisce sul punteggio totale.

Per superare l'esame bisogna raggiungere 18 punti, di cui almeno 5 relativi alla prima parte.

PRIMA PARTE

Barrate la risposta che ritenete corretta e riempite gli spazi vuoti.

1. Siano A, B, C, D formule tali che $A \models \neg B$ e $C \models D$. Allora (le conclusioni corrette possono essere nessuna, una o più d'una):

$B \models \neg A$;

$A \vee C \models \neg(B \wedge D)$;

$\neg A \wedge C \models B \wedge D$.

V	F
---	---

1pt

V	F
---	---

1pt

V	F
---	---

1pt

2. $\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ è valida.

V	F
---	---

1pt

3. $\neg(p \vee (q \wedge r))$ è una α -formula o una β -formula?

α	β
----------	---------

1pt

I suoi ridotti sono e

1pt

4. Se $A \vee B \Rightarrow C$ è valida allora $A, B \models C$.

V	F
---	---

1pt

5. Un tableau semantico per una formula predicativa soddisfacibile che non venga costruito con sistematicità può essere chiuso.

V	F
---	---

2pt

6. $\exists x p(x) \vee \exists y q(y)$ è logicamente equivalente a $\exists x(p(x) \vee q(x))$.

V	F
---	---

1pt

SECONDA PARTE

7. La formula

$$\exists x \forall y p(y, x) \wedge \exists x \forall y \neg p(x, y)$$

è soddisfacibile? Giustificate la vostra risposta. (Svolgete questo esercizio sul retro del foglio)

4pt

8. Scrivete un insieme di Hintikka che contenga la formula

$$\neg(\forall x p(x) \Rightarrow \exists x(p(x) \wedge r(x, a))).$$

Spiegate perché il vostro insieme è di Hintikka. (Svolgete questo esercizio sul retro del foglio)

4pt

9. Sia $\{s, p, c, v\}$ un linguaggio dove s e p sono simboli predicativi unari, c e v sono simboli predicativi binari. Interpretando $s(x)$ come “ x è uno studente”, $p(x)$ come “ x è un professore”, $c(x, y)$ come “ x è il computer di y ”, $v(x, y)$ come “ x è vicino di y ”, traducete le seguenti frasi:
- (i) ogni professore non è vicino di nessuno studente; 3pt
 - (ii) tutti gli studenti e i professori hanno un computer; 3pt
 - (iii) gli studenti senza computer non sono vicini di nessuno. 3pt
10. Utilizzate il metodo dei tableau per dimostrare che la formula 5pt
- $$A = \neg(p \wedge q) \wedge (\neg r \Rightarrow \neg q \wedge \neg s) \wedge \neg(q \vee s \Rightarrow \neg p \wedge r)$$
- è soddisfacibile. Scrivete un'interpretazione che soddisfa A . (Svolgete questo esercizio sul retro del foglio)
11. Usando l'algoritmo di Fitting, mettete in forma normale congiuntiva la formula A dell'esercizio precedente. 2pt