Prova scritta di Elementi di Logica Matematica
16 marzo 2004

Cognome   Nome
                                               Matricola

Scrivete **subito** il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco.

Svolgete gli esercizi direttamente sul testo a penna. Dovete consegnare solo il foglio del testo: nessun foglio di brutta.

Ogni esercizio è composto da alcune domande, e per ogni domanda è indicato il relativo punteggio. Nella prima parte se la riposta è corretta, il punteggio viene aggiunto al totale, mentre se la risposta è errata il punteggio viene sottratto. L'assenza di risposta non influisce sul punteggio totale.

Per superare l'esame bisogna raggiungere 18 punti, di cui almeno 5 relativi alla prima parte.

PRIMA PARTE

Barrate la risposta che ritenete corretta e riempite gli spazi vuoti.

1. Se U è un insieme di Hintikka e $\neg\exists x \neg r(a,x) \in U$ allora $r(a,a) \in U$. **V** | **F** 2pt

2. Se A è valida allora $A \vee B$ è valida per ogni B. **V** | **F** 1pt

3. q è logicamente equivalente a $(q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow q$. **V** | **F** 1pt

4. $\neg(p \vee (q \Rightarrow \neg(q \Rightarrow p)))$ è una α-formula o una β-formula? α | β 1pt

I suoi ridotti sono .... e 1pt

5. Se $A(a)$ è insoddisfacibile allora $\exists x\, A(x)$ è insoddisfacibile. **V** | **F** 1pt

6. $\exists x(\neg A \Rightarrow B)$ e $\forall x \neg A \Rightarrow \exists x\, B$ sono logicamente equivalenti. **V** | **F** 1pt

7. Se una formula predicativa A è soddisfacibile allora tutti i tableau ottenuti (anche in modo non sistematico) a partire da A hanno rami aperti. **V** | **F** 1pt

8. L'insieme di formule $\{p(a), p(b), \neg\forall x\, p(x)\}$ è insoddisfacibile. **V** | **F** 1pt

SECONDA PARTE

9. Sia A la formula $\forall x \exists y(\neg p(x,y) \wedge p(y,x))$.

(i) Dimostrate che non esiste un'interpretazione con dominio $\{W, Z\}$ che soddisfa A. 1pt

(ii) Costruite un'interpretazione che soddisfa A. 3pt

(Svolgete questo esercizio sul retro del foglio)

10. Trovate un'interpretazione che falsifica la formula 4pt

$$\forall x \forall y(r(y,x) \Rightarrow \neg r(x,y)) \Rightarrow \forall x\, \neg r(x,x),$$

oppure dimostrate che è valida. (Svolgete questo esercizio sul retro del foglio)

11. Sia $\{a, b, c, p\}$ un linguaggio dove a e b sono simboli di costante, c e p sono simboli predicativi binari. Interpretando a come "Antonella", b come "Bruno", $c(x, y)$ come "x conosce y", $p(x, y)$ come "x è parente di y", traducete le seguenti frasi:

(i) Bruno ha un parente che conosce qualcuno; 2pt

(ii) un parente di Bruno conosce tutti quelli che non sono conosciuti da Antonella; 3pt

(iii) se un parente di Antonella conosce Bruno, Bruno conosce tutti quelli che conoscono Antonella. 3pt

12. Dimostrate con il metodo dei tableau che

$$\forall x(\exists y\, r(x, y) \Rightarrow r(x, x)) \wedge \exists y\, r(a, y) \Rightarrow \exists z\, r(z, z)$$

è valida. (Svolgete questo esercizio sul retro del foglio) 5pt

13. Usando l'algoritmo di Fitting, mettete in forma normale disgiuntiva la formula 3pt

$$(\neg p \Rightarrow q) \wedge \neg(r \vee (\neg s \wedge t)).$$

Prova scritta di Elementi di Logica Matematica
16 marzo 2004

Cognome Nome

Matricola

Scrivete **subito** il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco.

Svolgete gli esercizi direttamente sul testo a penna. Dovete consegnare solo il foglio del testo: nessun foglio di brutta.

Ogni esercizio è composto da alcune domande, e per ogni domanda è indicato il relativo punteggio. Nella prima parte se la riposta è corretta, il punteggio viene aggiunto al totale, mentre se la risposta è errata il punteggio viene sottratto. L'assenza di risposta non influisce sul punteggio totale.

Per superare l'esame bisogna raggiungere 18 punti, di cui almeno 5 relativi alla prima parte.

PRIMA PARTE

Barrate la risposta che ritenete corretta e riempite gli spazi vuoti.

1. Se $\exists x\, A(x)$ è valida allora $A(a)$ è valida. **V** | **F** 1pt

2. Se A è insoddisfacibile allora $A \wedge B$ è insoddisfacibile per ogni B. **V** | **F** 1pt

3. Se una formula predicativa A è soddisfacibile allora tutti i tableau ottenuti (anche in modo non sistematico) a partire da A hanno rami aperti. **V** | **F** 1pt

4. $\neg(q \wedge (p \Rightarrow \neg(r \Rightarrow q)))$ è una α-formula o una β-formula? α | β 1pt

I suoi ridotti sono .... e 1pt

5. Se U è un insieme di Hintikka e $\neg\exists x \neg r(x, a) \in U$ allora $r(a, a) \in U$. **V** | **F** 2pt

6. $\forall x(\neg A \Rightarrow B)$ e $\exists x\, \neg A \Rightarrow \forall x\, B$ sono logicamente equivalenti. **V** | **F** 1pt

7. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$ è logicamente equivalente a p. **V** | **F** 1pt

8. L'insieme di formule $\{p(a), p(b), \neg\forall x\, p(x)\}$ è soddisfacibile. **V** | **F** 1pt

SECONDA PARTE

9. Trovate un'interpretazione che falsifica la formula 4pt

$$\neg\exists x \exists y \neg(r(y, x) \vee r(x, y)) \Rightarrow \forall x\, r(x, x),$$

oppure dimostrate che è valida. (Svolgete questo esercizio sul retro del foglio)

10. Sia A la formula $\forall x \exists y (r(x, y) \wedge \neg r(y, x))$.

(i) Dimostrate che non esiste un'interpretazione con dominio $\{0, 1\}$ che soddisfa A. 1pt

(ii) Costruite un'interpretazione che soddisfa A. 3pt

(Svolgete questo esercizio sul retro del foglio)

11. Dimostrate con il metodo dei tableau che

$$\forall x(r(x,x) \Rightarrow \forall y\, r(x,y)) \wedge \exists y\, \neg r(a,y) \Rightarrow \exists z\, \neg r(z,z)$$

è valida. (Svolgete questo esercizio sul retro del foglio) 5pt

12. Sia $\{b, d, a, c\}$ un linguaggio dove b e d sono simboli di costante, c e p sono simboli predicativi binari. Interpretando b come "Barbara", d come "Davide", $a(x,y)$ come "x è amico di y", $c(x,y)$ come "x cura y", traducete le seguenti frasi:

(i) Davide ha un amico che cura qualcuno; 2pt

(ii) un amico di Davide cura tutti quelli che non sono curati da Barbara; 3pt

(iii) se Davide cura tutti quelli che curano Barbara, un amico di Barbara cura Davide. 3pt

13. Usando l'algoritmo di Fitting, mettete in forma normale congiuntiva la formula 3pt

$$p \wedge (\neg q \vee r) \Rightarrow \neg(s \Rightarrow t).$$