

Calcolo Scientifico - a.a. 2003/04

Homework

prof.ssa Rossana Vermiglio, dott. Dimitri Breda
Dipartimento di Matematica e Informatica
Università degli Studi di Udine
vermiglio,dbreda@dimi.uniud.it
<http://www.dimi.uniud.it/~rossana,dbreda>

Esercizio 1 : Equazioni non lineari

Scrivi un programma MATLAB per approssimare lo zero di una funzione assegnata $f(x)$ mediante il metodo di Halley

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \left(1 - \frac{f(x_k)f''(x_k)}{2f'(x_k)^2} \right)^{-1}$$

In particolare la FUNCTION deve ritornare un valore approssimato dello zero, assegnando in input un valore x_0 iniziale, la funzione f con le derivate f' , f'' e una prefissata tolleranza tol . Testa il metodo sui seguenti problemi:

1. $f(x) = x^n - 2$, $n = 3, 4, 5$;
2. $f(x) = a - e^x$, $a > 0$;

e confronta i risultati ottenuti con quelli forniti dalla funzione FZERO di MATLAB. Che ordine di convergenza ha il metodo di Halley? Sai stimarlo in base ai risultati ottenuti?

Esercizio 2 : Interpolazione con funzioni splines

Si vuole determinare la spline cubica interpolante il profilo superiore della Figura 1, che rappresenta Snoopy.

Per avere i dati, dobbiamo riportare il profilo su di una griglia come indicato in Figura 2. Poichè ci sono dei punti in cui la curva non ha derivata continua, rappresentiamo il profilo con tre curve distinte e usiamo una spline cubica interpolante per ogni regione. I dati, più fitti dove la curva cambia più rapidamente, sono riportati in Tabella 1.

*Scrivi un programma MATLAB per interpolare dei dati con la spline cubica **naturale**. In particolare, assegnati i vettori dei dati X , Y ed il vettore XX delle nuove ascisse, la funzione MATLAB deve fornire il vettore YY dei valori della splines cubica naturale interpolante corrispondenti a XX . Usa tale programma*

	Curva1			Curva2			Curva3	
k	x_k	y_k	k	x_k	y_k	k	x_k	y_k
1	1	3.0	1	17	4.5	1	27.7	4.1
2	2	3.7	2	20	7.0	2	28	4.3
3	5	3.9	3	23	6.1	3	29	4.1
4	6	4.2	4	24	5.6	4	30	3.0
5	7	5.7	5	25	5.8			
6	8	6.6	6	27	5.2			
7	10	7.1	7	27.7	4.1			
8	13	6.7						
9	17	4.5						

Tabella 1: Dati relativi al profilo di Figura 1

per interpolare i dati di Tabella 1 e ricostruire graficamente il profilo di Snoopy.

Esercizio 3 : Minimi quadrati

Assegnati i punti (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$, si vuole costruire la spline cubica $s_3(x)$, $x \in [x_0, x_n]$ approssimante nel senso dei minimi quadrati tali dati. Sia Δ una suddivisione dell'intervallo $[x_0, x_n]$ ottenuta con $m \ll n$ punti t_j , $j = 1, \dots, m$, $\Delta = t_1 < \dots < t_m$, lo spazio delle spline cubiche relative a tale partizione ha dimensione $m + 2$. Volendo utilizzare le funzioni spline fornite

da MATLAB con *SPLINE*, consideriamo quelle con condizioni al bordo del tipo *not-a-knot*. Con queste due ulteriori condizioni, lo spazio ha dimensione m . Una base per tale spazio può essere ottenuta considerando le *splines not-a-knot* $\sigma_k(x)$, $k = 1, \dots, m$ definite come i polinomi di Lagrange: $\sigma_k(t_j) = 1$ se $k = j$ e $\sigma_k(t_j) = 0$ se $k \neq j$, per $k, j = 1, \dots, m$. La generica *spline cubica not-a-knot* $s_3(x)$ si può scrivere come segue $s_3(x) = \sum_{k=1}^m a_k \sigma_k(x)$ e vale $s_3(t_j) = a_j$, $j = 1, \dots, m$. Scrivi un programma MATLAB che legge in ingresso i vettori X, Y dei dati, determina la *spline cubica not-a-knot* che approssima nel senso dei minimi quadrati tali dati, calcola i valori YY corrispondenti alle nuove ascisse XX e ne disegna il grafico. Confronta graficamente i risultati ottenuti con quelli forniti dal polinomio algebrico di terzo grado che approssima gli stessi dati nel senso dei minimi quadrati. Testa il programma generando i dati con **RANDN** e ordinandoli con **SORT** (vedi l'help in linea di MATLAB per queste funzioni) oppure utilizza i dati sulla popolazione statunitense tra il 1790 e il 1990 disponibili sul file *census.mat* di MATLAB (istruzione `>>load census`).