

Essendo $|\bar{x}^\top w - \gamma|$ la distanza del punto \bar{x} dal piano $x^\top w = \gamma$, se $\|w\| = 1$, e dovendo cercare quel piano che, fra i piani separatori, è alla massima distanza dai due insiemi, bisogna risolvere il seguente problema

$$\begin{aligned} \max \quad & \delta \\ & D(A^\top w - \gamma \mathbf{1}) \geq \delta \\ & \|w\| \leq 1 \end{aligned}$$

equivalente al problema

$$\begin{aligned} \min \quad & \|w\| \\ & D(A^\top w - \gamma \mathbf{1}) \geq \delta \\ & \delta \geq 1 \end{aligned}$$

È interessante la relazione che esiste fra la norma usata per valutare la distanza del punto \bar{x} dal piano $x^\top w = \gamma$ e la norma $\|w\|$. Se una norma è la norma $\|\cdot\|_p$, l'altra è la norma $\|\cdot\|_q$, dove $1/p + 1/q = 1$. I casi interessanti sono $p = q = 2$, con norma euclidea e distanza quindi valutata nel modo consueto e $p = 1$ e $q = \infty$. In questo secondo caso le distanze sono valutate in modo particolare. Se si adotta la norma $\|\cdot\|_1$ per la distanza di \bar{x} dal piano, allora i punti equidistanti da \bar{x} sono situati su un quadrato centrato in \bar{x} e ruotato di 45° (nel piano) e w viene misurato con la norma $\|w\|_\infty = \max_i |w_i|$. Se invece si adotta la norma $\|\cdot\|_\infty$ per la distanza di \bar{x} dal piano, allora i punti equidistanti da \bar{x} sono situati su un quadrato centrato in \bar{x} (nel piano) e w viene misurato con la norma $\|w\|_1 = \sum_i |w_i|$. Il vantaggio delle norme $\|w\|_1$ o $\|w\|_\infty$, è che il problema diventa di PL.