Facoltà di Agraria

Prova scritta di **Matematica**

del 24/09/2009

A.A. 2008-2009

Voto

Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{3x}}{x+2}$$

1. determinare il dominio;
2. calcolare i limiti agli estremi degli intervalli che costituiscono il dominio di f;
3. determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
4. determinare in quali intervalli la funzione è convessa e in quali concava;
5. scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(0, f(0))$;
6. ricercare eventuali asintoti obliqui;
7. disegnare un grafico approssimativo di f e della retta tangente precedentemente individuata.
8. stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$, servendosi eventualmente del grafico di f.

1. dominio $= \mathbb{R} \setminus \{-2\}$
2. limiti:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0 \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to-2^-} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x\to-2^+} f(x) = +\infty$$

3. $f'(x) = e^{3x}\dfrac{3x+5}{(x+2)^2}$

   f è crescente in $[-5/3, +\infty[$

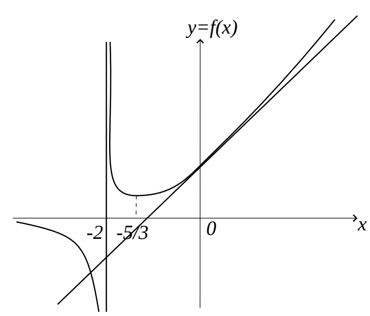
   f è decrescente in

   $]-\infty, -2[$ e in $]-2, -5/3]$
4. f è convessa in $]-2, +\infty[$

   f è concava in $]-\infty, -2[$
5. retta tangente:

$$y = \frac{1}{2} + \frac{5}{4}x$$

6. asintoti obliqui: nessuno
7. grafico:



8. numero di soluzioni $= 0$

2. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \to f(\mathbb{R})$ con legge $$f(x) = \begin{cases} \arctan x & \text{se } x < 1 \\ a + x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$ dove a è un parametro reale. 1. Dire per quali valori di a la funzione è invertibile; 2. dire se per $a = \pi/2$ la funzione è invertibile e, in caso affermativo, determinare dominio, codominio e legge della funzione inversa; 3. determinare per quali valori di a, se ne esistono, la funzione è continua in ogni punto; 4. determinare per quali valori di a, se ne esistono, f è derivabile in ogni punto.	1. $a \geq \frac{\pi}{4} - 1$ 2. è invertibile $$f^{-1} :]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}[\cup [\frac{\pi}{2} + 1, +\infty[\to \mathbb{R}$$ $$f^{-1}(x) = \begin{cases} \tan y & \text{se } -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{4} \\ y - \frac{\pi}{2} & \text{se } y \geq \frac{\pi}{2} + 1 \end{cases}$$ 3. $a = \frac{\pi}{4} - 1$ 4. nessuno

3. Dato il problema di Cauchy $$\begin{cases} y' = \dfrac{y+1}{3} t \\ y(0) = -1, \end{cases}$$ 1. dire se la funzione $y(t) = t - 1$ è una soluzione del problema; 2. determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente, ed eseguire la verifica.	1. no 2. $$y = -1$$