



Voto

Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{1+3x} - x$$

1. determinarne il dominio;
2. calcolarne i limiti agli estremi degli intervalli che costituiscono il dominio di f ;
3. determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
4. scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(0, f(0))$;
5. ricercare eventuali asintoti obliqui;
6. disegnare un grafico approssimativo di f , della retta tangente precedentemente individuata e di eventuali asintoti obliqui;
7. stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$, servendosi eventualmente del grafico di f .

1. $\mathbb{R} \setminus \{-1/3\}$;

2. $\lim_{x \rightarrow -1/3^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -1/3^+} f(x) = +\infty,$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

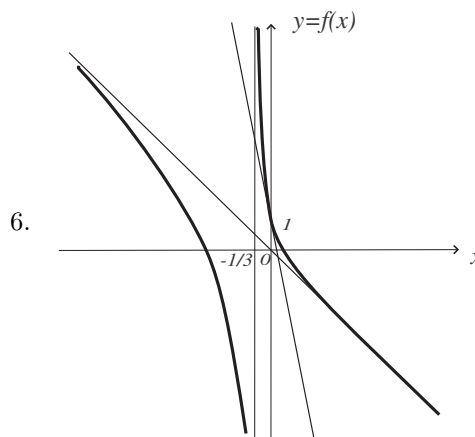
3. $f'(x) = \frac{-9x^2 - 6x + 2}{(1+3x)^2}$.

f è crescente in $]\frac{1-\sqrt{3}}{3}, \frac{1+\sqrt{3}}{3}[$

e decrescente in $] -\infty, -1/3[,] -1/3, \frac{1-\sqrt{3}}{3}[$ e $[\frac{1+\sqrt{3}}{3}, +\infty[$

4. $y = 1 + 2x$

5. $y = x$ è asintoto per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$



7. l'equazione ha 2 soluzioni

2. Data la successione

$$a_n = \frac{1}{1+3n} - n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

1. dire se è limitata;
2. calcolare gli estremi superiore e inferiore e stabilire se sono rispettivamente massimo e minimo.

1. non è limitata
2. $\inf a_n = -\infty$,
 $\max a_n = a_0 = 1$

3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 13t - 2ty \\ y(1) = 0, \end{cases}$$

1. dire se la funzione

$$y(t) = t - 1$$

è una soluzione del problema;

2. determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente, ed eseguire la verifica;
3. stabilire se possono esistere altre soluzioni oltre a quella trovata.

1. no
2. $y(t) = \frac{13}{2}(e^{1-t^2} - 1)$
3. non esistono