Facoltà di Agraria

Prova scritta di **Matematica**

del 22/06/2009

A.A. 2008-2009

Voto

Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{2x}{x-3} + \log(x^2 - 9)$$

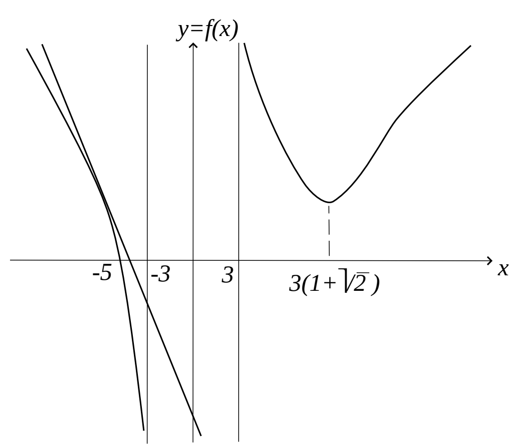
1. determinarne il dominio;
2. calcolarne i limiti agli estremi degli intervalli che costituiscono il dominio di f;
3. determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
4. scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(-5, f(-5))$;
5. ricercare eventuali asintoti obliqui;
6. disegnare un grafico approssimativo di f, della retta tangente precedentemente individuata e di eventuali asintoti obliqui;
7. stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$, servendosi eventualmente del grafico di f.

---

1. dominio $=]-\infty, -3[\cup]3, +\infty[$
2. i limiti sono:
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty,$$
$$\lim_{x\to-3^-} f(x) = -\infty, \qquad \lim_{x\to 3^+} f(x) = +\infty.$$
3. $f'(x) = 2\dfrac{x^2-6x-9}{(x-3)^2(x+3)}$

   f è crescente in $]3(1+\sqrt{2}), +\infty[$

   f è decrescente in $]-\infty, -3[$ e $]3, 3(1+\sqrt{2})]$
4. retta tangente:
$$y = \frac{5}{4} + 4\log 2 - \frac{23}{42}(x+5)$$
5. asintoti obliqui: nessuno
6. grafico:



7. numero di soluzioni = 1

2. Dato il problema di Cauchy $$\begin{cases} y' = \dfrac{y}{t} - \log t \\ y(1) = 0, \end{cases} \quad , \; t > 0$$ 1. dire se la funzione costantemente nulla è una soluzione del problema; 2. determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente, ed eseguire la verifica.	1. non è soluzione 2. $$y(t) = -\frac{t \log^2 t}{2}$$
3. Risolvere la disequazione $$\left\| \log_2(x+1) - \log_{1/2}(x-1) \right\| < 1$$	$S =]1, \sqrt{3}[$