Facoltà di Agraria

Prova scritta di **Matematica e Statistica**

del 22/06/2009

A.A. 2008-2009

Voto

Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

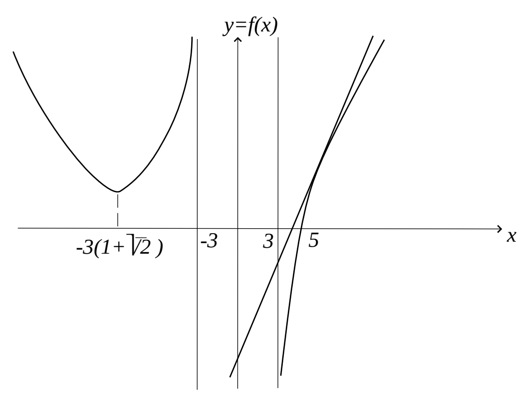
Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{2x}{x+3} + \log(x^2 - 9)$$

1. determinarne il dominio;
2. calcolarne i limiti agli estremi degli intervalli che costituiscono il dominio di f;
3. determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
4. scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(5, f(5))$;
5. ricercare eventuali asintoti obliqui;
6. disegnare un grafico approssimativo di f, della retta tangente precedentemente individuata e di eventuali asintoti oblliqui;
7. stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$, servendosi eventualmente del grafico di f.

1. dominio $=]-\infty, -3[\cup]3, +\infty[$
2. i limiti sono:
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty,$$
$$\lim_{x\to-3^-} f(x) = +\infty, \qquad \lim_{x\to3^+} f(x) = -\infty.$$
3. $f'(x) = 2\dfrac{x^2+6x-9}{(x-3)^2(x+3)}$
   f è crescente in
   $[-3(1+\sqrt{2}), -3[$ e $]3, +\infty[$
   f è decrescente in
   $]-\infty, -3(1+\sqrt{2})]$
4. retta tangente:
   $y = \dfrac{5}{4} + 4\log 2 + \dfrac{23}{42}(x-5)$
5. asintoti obliqui: nessuno
6. grafico:



7. numero di soluzioni $= 1$

2. Dato il problema di Cauchy $$\begin{cases} y' = \dfrac{y}{t} + \log t \\ y(1) = 0, \end{cases} \quad , \ t > 0$$ 1. dire se la funzione costantemente nulla è una soluzione del problema; 2. determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente, ed eseguire la verifica.	1. non è soluzione 2. $$y(t) = \frac{t \log^2 t}{2}$$

3. Indichiamo con N il numero (incognito) di volpi presenti in un bosco. 3 di essere vengono catturate, marcate e rilasciate. Si supponga di catturare 2 esemplari. 1. Qual è la probabilità p che le volpi catturate siano tutte e due marcate? 2. Qual è il valore atteso μ di volpi marcate che ci si può aspettare di catturare? In seguito vengono eseguite 8 catture sempre di due volpi ciascuna e il numero di esemplari marcati in ciascuna cattura risulta essere il seguente: $$1,\ 1,\ 0,\ 2,\ 1,\ 0,\ 2,\ 1.$$ 3. Dare una stima per intervallo della media con un livello di confidenza dell'80%. 4. Usare la stima precedentemente ottenuta e il risultato del punto *2* per dare una stima per intervallo della numerosità N della popolazione.	1. $p = \dfrac{6}{N(N-1)}$ 2. $\mu = \dfrac{6}{N}$ 3. $\mu \in [0.62, 1.38]$ 4. $N \in [4.35, 9.67]$