



Voto

Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

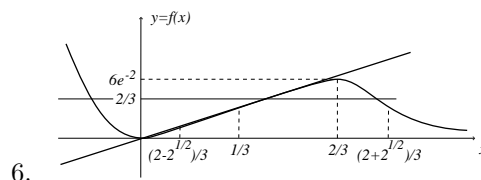
Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{27}{2} x^2 e^{-3x}$$

1. determinarne il dominio;
2. calcolarne i limiti agli estremi degli intervalli che costituiscono il dominio di f ;
3. determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
4. determinare in quali intervalli la funzione è concava e in quali convessa;
5. scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(1/3, f(1/3))$;
6. disegnare un grafico approssimativo di f e della retta tangente precedentemente individuata;
7. servendosi eventualmente del grafico, determinare quante sono le soluzioni dell'equazione $f(x) = 2/3$.

1. \mathbb{R}
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
3. $f'(x) = \frac{27}{2} e^{-3x} x(2 - 3x)$
 f è crescente in $[0, 2/3]$
 f è decrescente in $] -\infty, 0]$ e in $[2/3, +\infty[$
4. $f''(x) = \frac{27}{2} e^{-3x} (9x^2 - 12x + 2)$
 f è concava in $[\frac{2-\sqrt{2}}{3}, \frac{2+\sqrt{2}}{3}]$
 f è convessa in $] -\infty, \frac{2-\sqrt{2}}{3}]$ e in $[\frac{2+\sqrt{2}}{3}, +\infty[$
5. $y = \frac{9}{2e} x$



7. 3

<p>2. Data la funzione f di cui al punto precedente,</p> <p>1. dire quali tra le seguenti funzioni sono primitive di f:</p> <p>a) $-\frac{9x^2+6x+2}{2}e^{-3x}$,</p> <p>b) $-81xe^{-3x}$,</p> <p>c) $27xe^{-3x}$,</p> <p>d) $-\frac{81}{2}x^2e^{-3x}$,</p> <p>giustificando la risposta data;</p> <p>2. verificare che la funzione</p> $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$ <p>è una funzione di densità di probabilità di una variabile aleatoria X;</p> <p>3. calcolare la probabilità $P(X = 1/3)$;</p> <p>4. calcolare la probabilità $P(X < 1/3)$.</p>	<p>1. a)</p> <p>2. lo è perché $f \geq 0$ e $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$</p> <p>3. 0</p> <p>4. $1 - \frac{5}{2e}$</p>
---	--

<p>3. Lanciando un dado 10 volte esce il numero 6 per 4 volte. Sottoporre a test l'ipotesi nulla che il dado non sia truccato.</p>	<p>Indicata con X la v.a. che fornisce il risultato di ciascun lancio si ha</p> $P(X = 6) = \frac{1}{6}.$ <p>Decidiamo, per comodità di calcolo di effettuare un Z-test. La statistica del test</p> $s = \frac{ k - Nq }{\sqrt{Nq(1-q)}}$ <p>con $N = 10$, $q = 1/6$ e $k = 4$ risulta $s \simeq 1.98$. Il valore p del test risulta allora</p> $p = P(Z \geq 1.98) = 2P(Z \leq -1.98) \simeq 0.048 < 0.05$ <p>e pertanto l'ipotesi che il dado non sia truccato va rifiutata.</p>
---	--

<p>4. Dato il problema di Cauchy</p> $\begin{cases} y' = 7 - 2y \\ y(5) = 3, \end{cases}$ <p>1. dire se la funzione costante $y(t) = t - 2$ è una soluzione del problema;</p> <p>2. determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente ed eseguire la verifica.</p>	<p>1. no</p> <p>2. $y(t) = \frac{7 - e^{10-2t}}{2}$</p>
---	--