Facoltà di Agraria

Prova scritta di **Matematica**

del 21/06/2010

A.A. 2009-2010

Voto

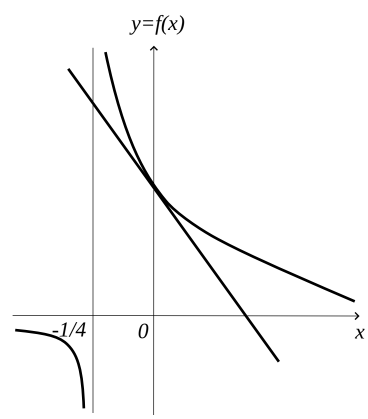
Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{(4x+1)^7}}$$

1. determinarne il dominio;
2. calcolarne i limiti agli estremi degli intervalli che costituiscono il dominio di f;
3. determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
4. scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(0, f(0))$;
5. disegnare un grafico approssimativo di f e della retta tangente precedentemente individuata.

1. dominio $= \mathbb{R} \setminus \{-1/4\}$
2. $\lim_{x\to -1/4^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to -1/4^-} f(x) = -\infty$
   $\lim_{x\to \pm\infty} f(x) = 0$
3. $f'(x) = -\dfrac{28}{5}(4x+1)^{-12/5}$
   f è decrescente in $]-\infty, -1/4[$ e in $]-1/4, +\infty[$
4. $y = 1 - \dfrac{28}{5}x$
5. 

2. Data la successione $$a_n = \frac{1}{\sqrt[5]{(4n+1)^7}}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$ 1. dire se è limitata; 2. calcolare gli estremi superiore e inferiore e stabilire se sono rispettivamente massimo e minimo.	1. è limitata 2. $\inf a_n = 0$ e non è minimo $\max a_n = a_0 = 1$
3. Risolvere la disequazione $$\log_{1/2}(3x) + \log_2(x^2+1) \geq 0$$	$$S =]0, \frac{3-\sqrt{5}}{2}] \cup [\frac{3+\sqrt{5}}{2}, +\infty[$$
4. Dato il problema di Cauchy $$\begin{cases} y' = -y + \cos(2\pi\,\mathrm{e}^t) \\ y(0) = 0, \end{cases}$$ 1. dire se la funzione $$y(t) = \operatorname{sen}(2\pi\,\mathrm{e}^t)$$ è una soluzione del problema; 2. determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente, ed eseguire la verifica; 3. stabilire se possono esistere altre soluzioni oltre a quella trovata.	1. no 2. $y(t) = \mathrm{e}^{-t}\,\frac{\operatorname{sen}(2\pi\,\mathrm{e}^{-t})}{2\pi}$ 3. no, perché l'equazione è lineare