



Voto

Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

<p>1. Data la funzione</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{8}{5\sqrt[5]{(4x+1)^7}} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$ <ol style="list-style-type: none"> determinarne il dominio; calcolarne i limiti agli estremi degli intervalli che costituiscono il dominio di f; determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente; disegnare un grafico approssimativo di f; verificare che f è una funzione di densità di probabilità di una variabile aleatoria X; calcolare la probabilità $P(X \leq 0)$; calcolare la probabilità $P(X > 31/4)$. 	<ol style="list-style-type: none"> \mathbb{R} $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ $f'(x) = \begin{cases} -\frac{224}{25}(4x+1)^{-12/5} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$ f è decrescente in $[0, +\infty[$ lo è perché $f \geq 0$ e $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ $P(X \leq 0) = 0$ $P(X > 31/4) = 1/4$
--	---

<p>2. Data la successione</p> $a_n = \frac{8}{5 \sqrt[5]{(4n+1)^7}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$ <ol style="list-style-type: none"> 1. dire se è limitata; 2. calcolare gli estremi superiore e inferiore e stabilire se sono rispettivamente massimo e minimo. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. è convergente, quindi limitata 2. $\inf a_n = 0$ e non è minimo $\max a_n = a_0 = 8/5$
<p>3. Il peso delle rane adulte in uno stagno è rappresentabile con una variabile aleatoria X con una distribuzione normale di media $\mu = 30 g$ e deviazione standard $\sigma = 3 g$.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Qual è la probabilità P_1 che una rana presa a caso pesi meno di $25 g$? 2. Qual è la probabilità P_2 che una rana presa a caso abbia un peso compreso tra $30 g$ e $36 g$? 3. Qual è la probabilità P_3 che una rana presa a caso pesi esattamente $33 g$? 	<ol style="list-style-type: none"> 1. $P_1 \simeq 0.0475$ 2. $P_2 \simeq 0.475$ 3. $P_3 = 0$
<p>4. Dato il problema di Cauchy</p> $\begin{cases} y' = y - \cos(2\pi e^{-t}) \\ y(0) = 0, \end{cases}$ <ol style="list-style-type: none"> 1. dire se la funzione $y(t) = \text{sen}(2\pi e^{-t})$ è una soluzione del problema; 2. determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente, ed eseguire la verifica; 3. stabilire se possono esistere altre soluzioni oltre a quella trovata. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. no 2. $y(t) = e^t \frac{\text{sen}(2\pi e^{-t})}{2\pi}$ 3. no, perché l'equazione è lineare