



Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

<p>1. a. Dire quali tra le seguenti funzioni</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $-\frac{1}{x}$, 2. $1 + \log x$, 3. $-\frac{1}{x}(1 + \log x)$, 4. $(1 + \frac{1}{x})\log x$, <p>sono primitive di $\frac{\log x}{x^2}$, giustificando la risposta data.</p> <p>b. Data</p> $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ 3 \frac{\log(3x+1)}{(3x+1)^2} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ <ol style="list-style-type: none"> 1. verificare che è una funzione di densità di probabilità di una variabile aleatoria X; 2. calcolare la probabilità $P(X < -3)$; 3. calcolare la probabilità $P(X > 3)$. 	<p>a. 3.</p> <p>b.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. lo è perché $f(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ e $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ 2. 0 3. $\frac{\log 10 - 1}{10}$
---	--

<p>2. Lanciando una coppia di dadi 10 volte esce il numero 9 per 3 volte. Sottoporre a test l'ipotesi nulla che il dado non sia truccato.</p>	<p>Indicata con X la v.a. che fornisce il risultato di ciascun lancio si ha</p> $P(X = 9) = \frac{1}{9}.$ <p>Decidiamo, per comodità di calcolo di effettuare un Z-test. La statistica del test</p> $s = \frac{ k - Nq }{\sqrt{Nq(1-p)}}$ <p>con $N = 10$, $q = 1/9$ e $k = 3$ risulta $s \simeq 1.9$. Il valore p del test risulta allora</p> $p = P(Z \geq 1.9) = 2P(Z \leq -1.9) \simeq 0.0287 < 0.05$ <p>e pertanto l'ipotesi che il dado non sia truccato va rifiutata.</p>
--	--

3. La lunghezza delle spighe di un campo di frumento è rappresentabile con una variabile aleatoria X con distribuzione normale di media $\mu = 60 \text{ mm}$ e deviazione standard $\sigma = 5 \text{ mm}$.

1. Qual è la probabilità P_1 che la lunghezza di una spiga presa a caso misuri meno di 55 mm ?
2. Qual è la probabilità P_2 che la lunghezza media m_{100} di 100 spighe prese a caso si discosti dalla media μ per meno di 1 mm ?

1. $P_1 \simeq 0.16$

2. $P_2 \simeq 0.95$