Facoltà di Agraria

Prova scritta di **Matematica e Statistica**

del 18/02/2010

A.A. 2009-2010

Voto

Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

1. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 3\dfrac{\log(3x+1)}{(3x+1)^2} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

1. determinarne il dominio;
2. calcolarne i limiti agli estremi degli intervalli che costituiscono il dominio di f;
3. determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
4. disegnare un grafico approssimativo di f;
5. verificare che f è una funzione di densità di probabilità di una variabile aleatoria X;
6. calcolare la probabilità $P(X < -3)$;
7. calcolare la probabilità $P(X > 3)$.

---

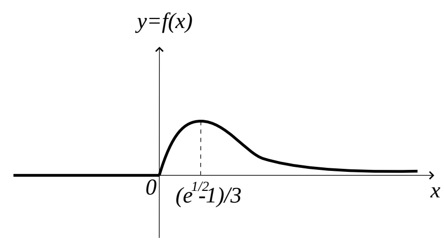
1. $\mathbb{R}$

2. $$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$$

3. $$f'(x) = \begin{cases} 9\dfrac{1 - 2\log(3x+1)}{(3x+1)^3}\,\mathrm{e}^{-x} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

   f è crescente in $]-\infty, \dfrac{\sqrt{e}-1}{3}]$

   f è decrescente in $[\frac{\sqrt{e}-1}{3}, +\infty[$

4. 

5. lo è perché $f(x) \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$ e

   $$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$$

6. 0

7. $\dfrac{\log 10 - 1}{10}$

2. La lunghezza delle spighe di un campo di frumento è rappresentabile con una variabile aleatoria X con distribuzione normale di media $\mu = 60\,mm$ e deviazione strandard $\sigma = 5\,mm$. 1. Qual è la probabilità P_1 che la lunghezza di una spiga presa a caso misuri meno di $55\,mm$? 2. Qual è la probabilità P_2 che la lunghezza media m_{100} di 100 spighe prese a caso si discosti dalla media μ per meno di $1\,mm$?	1. $P_1 \simeq 0.16$ 2. $P_2 \simeq 0.95$
3. Dato il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(t) = 2ty(t) + \mathrm{e}^{t^2}\cos(2\pi t) \\ y(0) = 0, \end{cases}$ 1. dire se la funzione costante $y(t) = 0$ è una soluzione del problema; 2. determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente ed eseguire la verifica.	1. no 2. $y(t) = \dfrac{1}{2\pi}\,\mathrm{e}^{t^2}\,\mathrm{sen}(2\pi t)$