Facoltà di Agraria

Prova scritta di **Matematica**
del 02/02/2009
A.A. 2008-2009

Voto

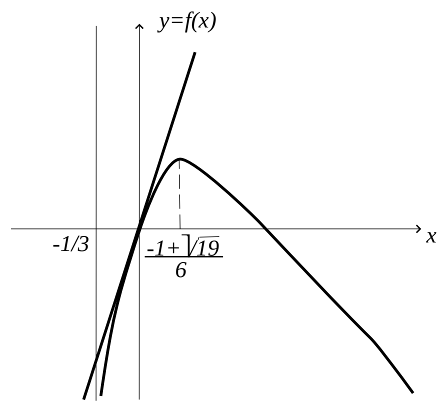
Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

2. Data la funzione

$$f(x) = \log(1+3x) - x^2$$

1. determinarne il dominio;
2. calcolarne i limiti agli estremi degli intervalli che costituiscono il dominio di f;
3. determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
4. scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(0, f(0))$;
5. disegnare un grafico approssimativo di f e della retta tangente precedentemente individuata;
6. determinare sup e inf di f e dire se sono rispettivamente massimo e minimo.

1. $]-1/3, +\infty[$;
2. $\lim_{x\to -1/3^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.
3. $f'(x) = \dfrac{-6x^2 - 2x + 3}{1+3x}$.
   f è crescente in $]-1/3, \frac{-1+\sqrt{19}}{6}]$
   e decrescente in $[\frac{-1+\sqrt{19}}{6}, +\infty[$
4. $y = 3x$.
5. 

6. $\inf f = -\infty$, $\max f = f(\frac{-1+\sqrt{19}}{6})$

2. Dato il problema di Cauchy $$\begin{cases} y' = 13y - 2 \\ y(0) = 2/13, \end{cases}$$ 1. dire se la funzione $$y(t) = \mathrm{e}^{13t} + \frac{2}{13}$$ è una soluzione del problema; 2. determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente.	1. no 2. $y(t) = 2/13$

3. Calcolare i seguenti integrali $$1)\ \int_{4/3}^{23/3} \frac{1}{\sqrt[3]{(3x+4)^4}}\, dx, \quad 2)\ \int_{4/3}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(3x+4)^4}}\, dx$$	1. 1/6 2. 1/2