Facoltà di Agraria

Prova scritta di **Matematica e Statistica**

del 02/02/2009

A.A. 2008-2009

Voto

Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

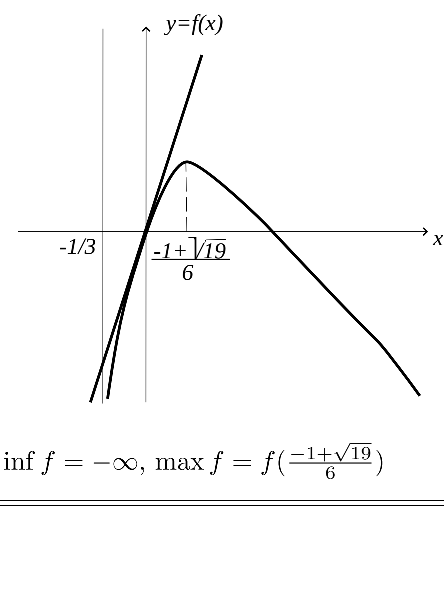
2. Data la funzione

$$f(x) = \log(1+3x) - x^2$$

1. determinarne il dominio;
2. calcolarne i limiti agli estremi degli intervalli che costituiscono il dominio di f;
3. determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
4. scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(0, f(0))$;
5. disegnare un grafico approssimativo di f e della retta tangente precedentemente individuata;
6. determinare sup e inf di f e dire se sono rispettivamente massimo e minimo.

1. $]-1/3, +\infty[$;
2. $\lim_{x\to -1/3^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.
3. $f'(x) = \dfrac{-6x^2-2x+3}{1+3x}$.

   f è crescente in $]-1/3, \frac{-1+\sqrt{19}}{6}]$

   e decrescente in $[\frac{-1+\sqrt{19}}{6}, +\infty[$
4. $y = 3x$.
5. 

6. $\inf f = -\infty$, $\max f = f(\frac{-1+\sqrt{19}}{6})$

2. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 13y - 2 \\ y(0) = 2/13, \end{cases}$$

1. dire se la funzione

$$y(t) = \mathrm{e}^{13t} + \frac{2}{13}$$

   è una soluzione del problema;

2. determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente.

1. no
2. $y(t) = 2/13$

3. Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < -1 \\ \dfrac{1}{\sqrt[3]{(3x+4)^4}} & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$$

i) verificare che è una funzione di densità di probabilità di una variabile aleatoria X;

ii) calcolare la probabilità $P(X < -10)$;

iii) calcolare la probabilità $P(X > 4/3)$.

1. lo è
2. 0
3. 1/2