



Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

1. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ \frac{3x+1}{4} e^{-x} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

- determinarne il dominio;
- calcolarne i limiti agli estremi degli intervalli che costituiscono il dominio di f ;
- determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
- determinare in quali intervalli la funzione è concava e in quali convessa;
- scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(2/3, f(2/3))$;
- disegnare un grafico approssimativo di f e della retta tangente precedentemente individuata;
- determinare sup e inf di f e dire se sono rispettivamente massimo e minimo.

1. \mathbb{R}

2.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

3.

$$f'(x) = \frac{2-3x}{4} e^{-x}, \quad x > 0$$

f crescente in $] -\infty, 2/3[$

f decrescente in $[2/3, +\infty[$

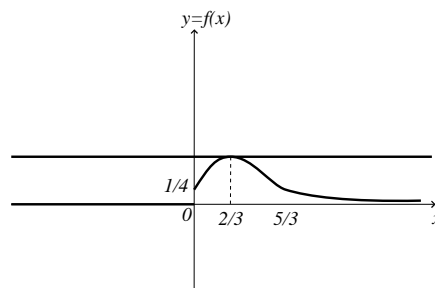
4. f concava in $[0, 5/3]$

f convessa in $[5/3, +\infty[$

5.

$$y = \frac{3}{4} e^{-2/3}$$

6.



7. $\min f = 0, \max f = \frac{3}{4} e^{-2/3}$

2. Determinare la probabilità di fare un terno al lotto giocando 5 numeri su una ruota sola.

$$P(X = 3) = \frac{\binom{5}{3} \binom{85}{2}}{\binom{90}{3}} \simeq 8 \cdot 10^{-4}$$

3. a. Dire quali tra le seguenti funzioni

1. $-x e^{(1-x)}$,
2. $x e^{(1-x)}$,
3. $-(1+x) e^{-x}$,
4. $(1+x) e^{-x}$,

sono primitive di $x e^{-x}$, giustificando la risposta data.

b. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = y(t) - 13t \\ y(0) = 12, \end{cases}$$

1. dire se la funzione

$$y(t) = e^t + 11$$

è una soluzione del problema;

2. determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente ed eseguire la verifica.

a. 3 (basta derivare)

b.

1. no

2. $y(t) = 13(t+1) - e^t$