Facoltà di Scienze M.F.N.

Corso di Laurea in Tecnologie Web e Multimediali
A.A. 2008-2009

Prova di Analisi Matematica del 23/09/2009

Voto

Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

1. Data la funzione

$$f(x) = (x+2)\,\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$$

1. determinare il dominio;
2. calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di cui è costituito il dominio;
3. determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
4. determinare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(2, f(2))$;
5. stabilire l'esistenza di eventuali asintoti obliqui;
6. disegnare un grafico approssimativo di f, della retta tangente e degli asintoti precedentemente individuati.

1. dominio: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
2. i limiti sono:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty, \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty,$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = 0, \qquad \lim_{x\to +} f(x) = +\infty.$$

3. intervalli di crescenza:

$$]-\infty, -1] \ \text{ e } [2, +\infty[$$

intervalli di decrescenza:

$$[-1, 0[\text{ e }]0, 2]$$

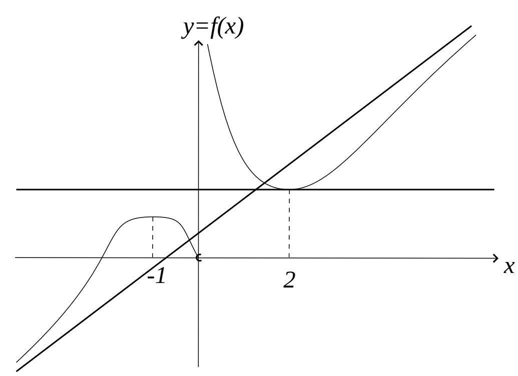
4. retta tangente:

$$y = 4\sqrt{\mathrm{e}}$$

5. asintoti:

$$y = x + 3$$

6. grafico:



2. Data la successione $$a_n = (n+2)\,\mathrm{e}^{\frac{1}{n}}, \quad n = 1,2,3,4,\dots$$ 1. dire se è limitata; 2. calcolare gli estremi superiore e inferiore e stabilire se sono rispettivamente massimo e minimo.	1. non è limitata 2. $$\min a_n = a_2 = 4\sqrt{\mathrm{e}}, \quad \sup a_n = +\infty$$

3. Determinare eventuali punti di massimo e minimo locale della funzione $$f(x,y) = (x-1)^2(y+1)^2.$$	punti stazionari: $(1,-1)$ punti di max locale: nessuno punti di min locale: $(1,-1)$

4. Studiare il carattere delle serie numeriche 1. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n+5^n}{6^n}$ 2. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2^n}{n2^n}$ 3. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2^n}{n^2 2^n}$	1. converge 2. diverge 3. converge

5. Dato il problema di Cauchy $$\begin{cases} y' = \dfrac{(2y+1)^2}{6}\,\mathrm{e}^{-t} \\ y(0) = 1, \end{cases}$$ 1. dire se la funzione $y(t) = -1/2$ per ogni $t \in \mathbb{R}$ è una soluzione del problema; 2. determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente, ed eseguire la verifica.	1. non è soluzione perché non soddisfa la condizione iniziale 2. $$y(t) = \frac{5}{2(10\,\mathrm{e}^{-t} - 9)} - \frac{3}{2}$$