



Voto
------

Prova di Analisi Matematica del 21/09/2010

**Istruzioni:** scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

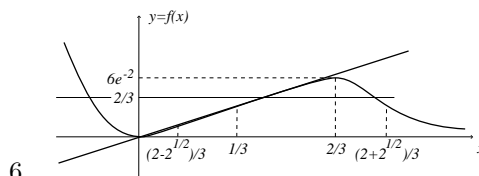
Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{27}{2}x^2 e^{-3x}$$

1. determinarne il dominio;
2. calcolarne i limiti agli estremi degli intervalli che costituiscono il dominio di  $f$ ;
3. determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
4. determinare in quali intervalli la funzione è concava e in quali convessa;
5. scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di coordinate  $(1/3, f(1/3))$ ;
6. disegnare un grafico approssimativo di  $f$  e della retta tangente precedentemente individuata;
7. servendosi eventualmente del grafico, determinare quante sono le soluzioni dell'equazione  $f(x) = 2/3$ .

1.  $\mathbb{R}$
2.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$   
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
3.  $f'(x) = \frac{27}{2} e^{-3x} x(2 - 3x)$   
 $f$  è crescente in  $[0, 2/3]$   
 $f$  è decrescente in  $] -\infty, 0]$  e in  $[2/3, +\infty[$
4.  $f''(x) = \frac{27}{2} e^{-3x} (9x^2 - 12x + 2)$   
 $f$  è concava in  $[\frac{2-\sqrt{2}}{3}, \frac{2+\sqrt{2}}{3}]$   
 $f$  è convessa in  $] -\infty, \frac{2-\sqrt{2}}{3}]$  e in  $[\frac{2+\sqrt{2}}{3}, +\infty[$
5.  $y = \frac{9}{2}e x$



7. 3

<p><b>2.</b> Data la funzione <math>f</math> di cui al punto precedente,</p> <p>1. dire quali tra le seguenti funzioni sono primitive di <math>f</math>:</p> <p>a) <math>-\frac{9x^2+6x+2}{2}e^{-3x}</math>,</p> <p>b) <math>-81xe^{-3x}</math>,</p> <p>c) <math>27xe^{-3x}</math>,</p> <p>d) <math>-\frac{81}{2}x^2e^{-3x}</math>,</p> <p>giustificando la risposta data;</p> <p>2. Calcolare gli integrali</p> $\int_0^{1/3} f(x) dx \quad \text{e} \quad \int_0^{+\infty} f(x) dx$	<p>1. a)</p> <p>2.</p> $\int_0^{1/3} f(x) dx = 1 - \frac{5}{2e}$ $\int_0^{+\infty} f(x) dx = 1$
<p><b>3.</b> Risolvere la disequazione</p> $\log_2(x -  2x - 1 ) \leq 1$	$S = ]1/3, 1[$
<p><b>4.</b> Dato il problema di Cauchy</p> $\begin{cases} y' = 7 - 2y \\ y(5) = 3, \end{cases}$ <p>1. dire se la funzione costante <math>y(t) = t - 2</math> è una soluzione del problema;</p> <p>2. determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente ed eseguire la verifica.</p>	<p>1. no</p> <p>2. <math>y(t) = \frac{7 - e^{10-2t}}{2}</math></p>