Facoltà di Scienze M.F.N.

Corso di Laurea in Tecnologie Web e Multimediali
A.A. 2008-2009

Prova di esonero di Analisi Matematica del 18/06/2009

Voto

Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

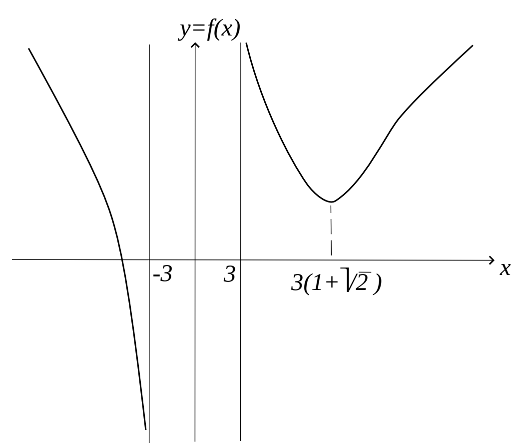
1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{2x}{x-3} + \log(x^2 - 9)$$

1. determinare il dominio;
2. calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di cui è costituito il dominio;
3. determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
4. individuare eventuali asintoti obliqui;
5. disegnare un grafico approssimativo di f.

1. dominio: $]-\infty, -3[\cup]3, +\infty[$
2. i limiti sono:
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty,$$
$$\lim_{x\to-3^-} f(x) = -\infty, \qquad \lim_{x\to3^+} f(x) = +\infty.$$
$$f'(x) = 2\frac{x^2 - 6x - 9}{(x-3)^2(x+3)}$$
3. intervalli di crescenza:
$]3(1+\sqrt{2}), +\infty[$

   intervalli di decrescenza:
$]-\infty, -3[$ e $]3, 3(1+\sqrt{2})]$
4. asintoti obliqui: nessuno
5. grafico:



2. Data la successione $$a_n = \frac{2n}{n-3} + \log(n^2-9), \quad n = 4,5,6,\dots$$ 1. dire se è limitata; 2. calcolare gli estremi superiore e inferiore e stabilire se sono rispettivamente massimo e minimo.	1. non è limitata 2. $\sup a_n = +\infty$, $\min a_n = a_7 = \dfrac{7}{2} - \log 40$

3. Determinare eventuali punti di massimo e minimo locale della funzione $$f(x,y) = (x-2)(y-1)\,\mathrm{e}^{y^2-x^2-2y+4x}\,.$$	punti stazionari: $(2,1)$ punti di max locale: nessuno punti di min locale: nessuno

4. Studiare il carattere delle serie numeriche $$1. \sum_{n=1}^{\infty} n^2\,\mathrm{e}^{-3n} \qquad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n^2\,\mathrm{e}^{-3n}}$$	1. converge 2. diverge

5. 5. Dato il problema di Cauchy $$\begin{cases} y'(t) = 9t\,\mathrm{e}^{-2y(t)} \\ y(1) = 0 \end{cases},$$ dove t appartiene ad un intervallo contenente 1. 1. Dire se la funzione costantemente nulla è una soluzione del problema; 2. Determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente, ed eseguire la verifica.	1. non è soluzione 2. $$y(t) = \frac{\log(9t^2-8)}{2}$$