Facoltà di Scienze M.F.N.

Corso di Laurea in Tecnologie Web e Multimediali
A.A. 2008-2009

Prova di Analisi Matematica del 18/06/2009

Voto

Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{2x}{3-x} - \log(x^2 - 9)$$

1. determinare il dominio;
2. calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di cui è costituito il dominio;
3. determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
4. individuare eventuali asintoti obliqui;
5. disegnare un grafico approssimativo di f.

1. dominio: $]-\infty, -3[\cup]3, +\infty[$
2. i limiti sono:

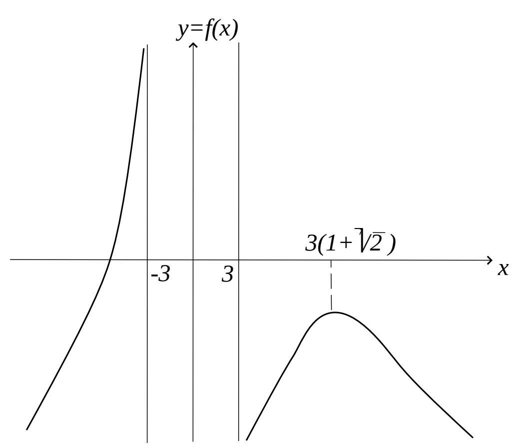
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x\to-3^-} f(x) = +\infty, \qquad \lim_{x\to3^+} f(x) = -\infty.$$

$$f'(x) = 2\frac{-x^2+6x+9}{(x-3)^2(x+3)}$$

3. intervalli di crescenza:
   $]-\infty, -3[$ e $]3, 3(1+\sqrt{2})]$.

   intervalli di decrescenza:
   $]3(1+\sqrt{2}), +\infty[$
4. asintoti obliqui: nessuno
5. grafico:



2. Data la successione $$a_n = \frac{2n}{3-n} - \log(n^2-9), \quad n = 4,5,6,\dots$$ 1. dire se è limitata; 2. calcolare gli estremi superiore e inferiore e stabilire se sono rispettivamente massimo e minimo.	1. non è limitata 2. $\inf a_n = -\infty$, $\max a_n = a_8 = -\frac{16}{5} - \log 55$

3. Determinare eventuali punti di massimo e minimo locale della funzione $$f(x,y) = (x-1)(y-2)\,\mathrm{e}^{x^2-y^2-2x+4y}\,.$$	punti stazionari: $(1,2)$ punti di max locale: nessuno punti di min locale: nessuno

4. Studiare il carattere delle serie numeriche $$1. \sum_{n=1}^{\infty} n^3\,\mathrm{e}^{-2n} \qquad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n^3\,\mathrm{e}^{-2n}}$$	1. converge 2. diverge

5. Dato il problema di Cauchy $$\begin{cases} y'(t) = 4t\,\mathrm{e}^{-2y(t)} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$ dove t appartiene ad un intervallo contenente 1. 1. Dire se la funzione costantemente nulla è una soluzione del problema; 2. Determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente, ed eseguire la verifica.	1. non è soluzione 2. $$y(t) = \frac{\log(4t^2-3)}{2}$$