Facoltà di Scienze M.F.N.

Corso di Laurea in Tecnologie Web e Multimediali
A.A. 2008-2009

Prova di Analisi Matematica del 15/07/2009

Voto

Istruzioni: scrivere la risposta nel riquadro a fianco dell'esercizio ed allegare lo svolgimento completo. Apporre nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Prima della consegna indicare nell'apposito spazio il numero totale di fogli di cui è composto l'elaborato.

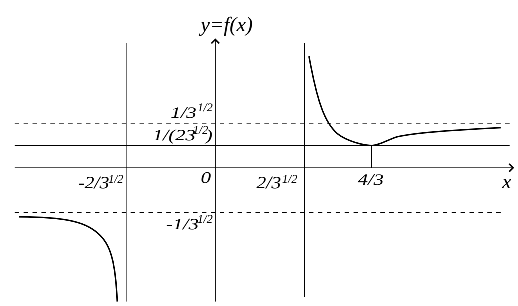
Cognome	Nome
no. fogli (compreso questo)	N. Matricola

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{3x^2-4}}$$

1. determinare il dominio;
2. calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di cui è costituito il dominio;
3. determinare in quali intervalli la funzione è crescente e in quali decrescente;
4. determinare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(4/3, f(4/3))$;
5. disegnare un grafico approssimativo di f e della retta tangente precedentemente individuata.

1. dominio: $]-\infty, -2/\sqrt{3}[\cup]2/\sqrt{3}, +\infty[$
2. i limiti sono:
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1/\sqrt{3}, \quad \lim_{x\to+\infty} f(x) = \sqrt{3},$$
$$\lim_{x\to-2/\sqrt{3}^-} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x\to 2/\sqrt{3}^+} f(x) = +\infty.$$
3. $f'(x) = (3x-4)(3x^2-4)^{-3/2}$
intervalli di crescenza:
$]4/3, +\infty[$.
intervalli di decrescenza:
$]-\infty, -2/\sqrt{3}[$ e $]2/\sqrt{3}, 4/3[$
4. retta tangente:
$y = \frac{1}{2\sqrt{3}}$
5. grafico:



2. Data la successione $$a_n = \frac{n-1}{\sqrt{3n^2-4}}, \quad n = 2, 3, 4, \dots$$ 1. dire se è limitata; 2. calcolare gli estremi superiore e inferiore e stabilire se sono rispettivamente massimo e minimo.	1. si 2. $$\min a_n = a_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$ $$\sup a_n = \frac{1}{\sqrt{3}}, \text{ e non è max}$$

3. Determinare eventuali punti di massimo e minimo locale della funzione $$f(x,y) = \frac{e^{x^2}}{1+y^2}.$$	punti stazionari: $(0,0)$ punti di max locale: nessuno punti di min locale: nessuno

4. Studiare il carattere delle serie numeriche $$1. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\arctan n}{2^n} \qquad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{\arctan n}$$	1. converge 2. diverge

5. Dato il problema di Cauchy $$\begin{cases} y' = (y-1)\cos^3(t^2\,e^t) \\ y(0) = 1, \end{cases}$$ 1. dire se la funzione $y(t) = 1$ per ogni $t \in \mathbb{R}$ è una soluzione del problema; 2. determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia già la funzione di cui al punto precedente, ed eseguire la verifica; 3. stabilire se possono esistere altre soluzioni oltre a quella trovata e, in caso affermativo, determinarne almeno una.	1. si 2. 3. non esistono altre soluzioni perché l'equazione differenziale è di tipo lineare