

Proposizione Ogni funzione invertibile è biettiva.

Dimostrazione Sia $f: A \rightarrow B$ una funzione invertibile;
per definizione, esiste allora una funzione $g: B \rightarrow A$
tale che $f \circ g = \text{id}_B$ e $g \circ f = \text{id}_A$.

Per dimostrare che f è suriettiva, scelgo arbitrariamente
 b in B . Ho allora $b = \text{id}_B(b) = f(g(b))$; poiché
 $g(b)$ è un elemento di A , e la scelta di b è arbitraria,
ne segue che f è suriettiva.

Per dimostrare che f è iniettiva, assumo $f(a) = f(a')$
per certi elementi a, a' di A , e dimostro $a = a'$.
Ho $a = \text{id}_A(a) = g(f(a)) = g(f(a')) = \text{id}_A(a') = a'$,
come richiesto. □