

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

Secondo compito di Probabilità I, a.a. 2023-24
26 febbraio 2024

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo; lo spazio è sufficiente. Scrivete poco, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

Esercizio 0.1. Enunciare correttamente e dimostrare il Teorema di Borel-Cantelli.

Esercizio 0.2. 1. Dare la definizione del k -esimo momento e del k -esimo momento centrale della variabile aleatoria X .

2. Supponiamo che X_1, X_2, \dots converga debolmente a X . Dimostrare che non necessariamente il k -esimo momento di X_n converge al k -esimo momento di X (sugg.: potete considerare $k = 1$ e X_n a valori in $\{0, n\}$).

Esercizio 0.3. Sia T la funzione da $[0, 1]$ in sé definita da $T(x) = 4x^2 - 4x + 1$, e sia λ la misura di Lebesgue su $[0, 1]$. Calcolare la funzione di densità di $T_*\lambda$.