

Cognome  
Anno imm.

Nome  
Matricola

**Secondo compito di Probabilità I, a.a. 2023-24**  
**26 febbraio 2024**

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo; lo spazio è sufficiente. Scrivete poco, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

**Esercizio 0.1.** Enunciare correttamente e dimostrare il Teorema di Borel-Cantelli.

**Esercizio 0.2.** 1. Dare la definizione del  $k$ -esimo momento e del  $k$ -esimo momento centrale della variabile aleatoria  $X$ .

2. Supponiamo che  $X_1, X_2, \dots$  converga debolmente a  $X$ . Dimostrare che non necessariamente il  $k$ -esimo momento di  $X_n$  converge al  $k$ -esimo momento di  $X$  (sugg.: potete considerare  $k = 1$  e  $X_n$  a valori in  $\{0, n\}$ ).

**Esercizio 0.3.** Sia  $T$  la funzione da  $[0, 1]$  in sé definita da  $T(x) = 4x^2 - 4x + 1$ , e sia  $\lambda$  la misura di Lebesgue su  $[0, 1]$ . Calcolare la funzione di densità di  $T_*\lambda$ .