

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

Primo compito di Probabilità I, a.a. 2023-24
7 febbraio 2024

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo; lo spazio è sufficiente. Scrivete poco, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

Esercizio 0.1. Sia X una normale standard. Scrivere e dimostrare la formula per φ_X . Sia Y una normale indipendente da X e di parametri (μ, σ^2) . Scrivere la formula per φ_{X+Y} .

Esercizio 0.2. Considerate funzioni di dominio un fissato spazio di misura (X, \mathcal{X}, μ) e a valori complessi.

1. Dare la definizione di \mathcal{L}_1 .
2. Dimostrare che \mathcal{L}_1 è uno spazio vettoriale su \mathbb{C} .
3. Dimostrare che, per $f, g \in \mathcal{L}_1$, si ha $\int (f + g) d\mu = \int f d\mu + \int g d\mu$.

Esercizio 0.3. Una grande quantità di opere d'arte, di cui si sa che il 10% è falso, viene testata per l'autenticità. Il test riconosce come false l'80% delle opere che sono effettivamente false, e il 5% di quelle che sono viceversa autentiche. Supponiamo che l'opera che avete acquistato risulti falsa al test; qual è la probabilità che sia effettivamente falsa?