

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

Terzo compito di Probabilità I, a.a. 2022-23
22 giugno 2023

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo; lo spazio è sufficiente. Scrivete poco, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

Esercizio 0.1. (a) Dare la definizione della topologia standard e dell'algebra dei boreliani \mathcal{B} su $\{0, \dots, n-1\}^{\mathbb{Z}_{\geq 0}}$.

(b) Dimostrare che, dato un vettore di pesi (p_0, \dots, p_{n-1}) , esiste una ed una sola probabilità su $(\{0, \dots, n-1\}^{\mathbb{Z}_{\geq 0}}, \mathcal{B})$ che assegna al blocco $[a_0, \dots, a_{t-1}]$ la misura $p_{a_0} \cdots p_{a_{t-1}}$.

Esercizio 0.2. (a) Spiegare cosa significa $X \in \text{Norm}(0, 1)$.

(b) Data una tale X , sia Y indipendente da X e a valori in $\{1, -1\}$, con $P(Y = 1) = 1/2$. Calcolare la legge di XY .

Esercizio 0.3. Enunciare correttamente e dimostrare il teorema di Ruelle-Perron-Frobenius.