

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

Quinto compito di Probabilità I, a.a. 2021-22
20 settembre 2022

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo; lo spazio è sufficiente. Scrivete poco, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

Esercizio 0.1. Sia $f : (X, \mu) \rightarrow \mathbb{C}$.

1. Dare la definizione di $f \in \mathcal{L}_\infty(\mu)$.
2. Assumendo $f \in \mathcal{L}_1(\mu)$, dimostrare che $|\int f d\mu| \leq \int |f| d\mu$.

Esercizio 0.2. Siano X, Y indipendenti con range $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$, distribuite tramite $P(X = n) = P(Y = n) = 2^{-n}$.

1. Calcolare $P(X = Y)$ e $P(X > Y)$.
2. Calcolare $P(X \text{ divide } Y)$.

Esercizio 0.3. Enunciare e dimostrare il teorema dei momenti.