

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

**Terzo compito di Probabilità I, a.a. 2021-22,
20 giugno 2022**

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo. Scrivete in giusta misura, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola. La durata della prova è di 2 ore.

Esercizio 1. Enunciare e dimostrare la Legge 0-1 di Kolmogorov.

Esercizio 2. Sia A_0, A_1, \dots una successione di eventi.

1. Dimostrare che

$$P(\limsup_n A_n) \geq \limsup_n P(A_n).$$

2. Un ubriaco cammina su \mathbb{Z} , partendo da 0 e muovendosi a destra o a sinistra con la stessa probabilità. Sia S_n la sua posizione al tempo n e, per $M = 0, 1, 2, \dots$, sia $B_M = (\limsup_n S_n/\sqrt{n} > M)$. Dimostrare che per ogni M si ha $P(B_M) > 0$. (sugg.: CLT)

3. Dimostrare che per P -ogni ubriaco ω si ha $\limsup_n S_n(\omega)/\sqrt{n} = +\infty$.

Esercizio 3. Introdurre brevemente ma in modo didatticamente valido le densità su \mathbb{R}^n .