

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

**Secondo compito di Probabilità I, a.a. 2021-22,
23 febbraio 2022**

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo. Scrivete in giusta misura, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola. La durata della prova è di 2 ore.

Esercizio 1. Introdurre brevemente ma in modo didatticamente valido —eventualmente con esempi— la nozione di convergenza debole.

Esercizio 2. Una moneta e un dado onesti vengono lanciati contemporaneamente e ripetutamente. Il giocatore A scommette 5 Euro sul fatto che la moneta dia testa strettamente prima che il dado dia 6. Quanto deve puntare il giocatore B per avere gioco equo?

Esercizio 3. Sia (X, \mathcal{X}, μ) uno spazio di misura, non necessariamente finita.

1. Dare la definizione di $L_\infty(\mu)$.
2. Assumendo che X sia un insieme numerabile e μ la misura di numerosità, dimostrare che

$$L_1(\mu) \subseteq L_2(\mu) \subseteq \cdots \subseteq L_\infty(\mu).$$