

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

**Primo compito di Probabilità I, a.a. 2021-22,
25 gennaio 2022**

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo. Scrivete in giusta misura, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola. La durata della prova è di 2 ore.

Esercizio 1. Introdurre brevemente, ma in modo didatticamente valido, la funzione generatrice G_X .

Esercizio 2. Enunciare e dimostrare il teorema sull'estensione di una misura da una semialgebra all'algebra generata.

Esercizio 3. Sia X una variabile aleatoria tale che X_*P è supportata in $\mathbb{R}_{\geq 0}$ ed è indotta da una densità.

- Dire cosa è il supporto di una misura.

Una tale X è detta *priva di memoria* se $P(X > s + t | X > s) = P(X > t)$.

- Verificare che la distribuzione esponenziale è priva di memoria.
- Dimostrare che, viceversa, se X è priva di memoria allora è esponenziale (Suggerimento: è facile dimostrare, e potete assumerlo, che ci sono pochi omomorfismi continui dal monoide $(\mathbb{R}_{\geq 0}, +)$ verso un opportuno monoide).