

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

**Quarto compito di Probabilità I, a.a. 2020-21,
svolto in presenza il 19.07.2021**

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo, aggiungendo al più un foglio. Scrivete in giusta misura, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

Esercizio 1. Dimostrare che esiste un aperto $U \subseteq [0, 1]$ la cui misura di Lebesgue è strettamente minore di quella della sua chiusura (suggerimento: enumerare i razionali).

Esercizio 2. Enunciare e dimostrare le leggi (debole e forte) dei grandi numeri.

Esercizio 3. Sia $\mu_1 = (\delta_0 + \delta_2)/2$ e sia μ_2 la probabilità uniforme su $[1, 5]$.

1. Dare un esempio di probabilità μ su \mathbb{R}^2 avente μ_1 a μ_2 come marginali.
2. Dare un secondo esempio, diverso dal precedente, di tale probabilità.
3. Descrivere (per esempio dando la funzione di ripartizione, o eventualmente la funzione di densità) la misura $\mu_1 * \mu_2$.