

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

Primo compito di Probabilità I, a.a. 2019-20
6 febbraio 2020

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo; lo spazio è sufficiente. Scrivete in giusta misura, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

Esercizio 1. Enunciare e dimostrare il teorema sulla varianza di una somma di variabili indipendenti. Dare un esempio che mostri che l'ipotesi di indipendenza è necessaria.

Esercizio 2. Dimostrare che la σ -algebra dei boreliani di \mathbb{R}^2 è il prodotto delle σ -algebre dei boreliani di \mathbb{R} .

Esercizio 3. Dare la definizione di densità su \mathbb{R}^d . Dimostrare che due densità che inducono la stessa probabilità sono uguali.

Esercizio 4. Sia X_0, X_1, X_2, \dots una successione di variabili aleatorie indipendenti, tutte da (Ω, P) a $\{0, 1, \dots, 9\}$. Assumiamo che $P(\lim_n X_n = 0) \geq 1/10$. Si può dire qualcosa su $P(\lim_n X_n = 1)$?