

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

Quinto compito di Probabilità I, a.a. 2018-19
13 settembre 2019

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo; lo spazio è sufficiente. Scrivete in giusta misura, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

Esercizio 1. Sia X una variabile aleatoria distribuita esponenzialmente, con parametro β .

1. Dimostrare che X è *senza memoria*, ovvero che

$$P(X > s + t | X \geq s) = P(X > t).$$

2. Calcolare il *tasso di rischio di rottura* di X , ovvero

$$h(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{P(X < x + \varepsilon | x \leq X)}{\varepsilon}.$$

Esercizio 2. Enunciare e dimostrare il Teorema di Slutsky.

Esercizio 3. Siano $X_n, Y, Z : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ variabili aleatorie, per $n \geq 0$. Assumiamo che X_n converga sia a Y che a Z in probabilità. Dimostrare che $Y = Z$ a.e..

Esercizio 4. Siano $X_1, \dots, X_n : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ variabili aleatorie indipendenti, tutte normali di parametri μ, σ^2 .

1. Spiegare brevemente, ma chiaramente, cosa significa la frase precedente.
2. Determinare la distribuzione, la media e la varianza di $Y = (X_1 + \dots + X_n)/n$.