

Cognome  
Anno imm.

Nome  
Matricola

**Terzo compito di Probabilità I, a.a. 2017-18**  
**18 giugno 2018**

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo; lo spazio è sufficiente. Scrivete poco, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

**Esercizio 1.** Siano  $\mu, \nu$  probabilità su  $\mathbb{R}$ , aventi densità  $m, n$ , rispettivamente. Dimostrare che  $\mu * \nu$  ha densità, darne una formula esplicita, e dimostrarla.

**Esercizio 2.** Vengono prodotti componenti elettronici aventi una concentrazione di silicio  $X$ , uniformemente distribuita su  $(0, 1)$ . Il tempo di vita  $Y$  di un componente avente concentrazione  $x$  è esponenziale, con legge  $x \exp(-xy)$ . Calcolare la legge di  $Y$ .

**Esercizio 3.** Dare le definizioni di convergenza a.e. e di convergenza in probabilità. Dimostrare che la prima implica la seconda, e dare un controesempio per l'implicazione inversa.

**Esercizio 4.** Sia  $(X_n)_{n \geq 1}$  una successione di variabili aleatorie reali, e supponiamo che  $\sup_n E(X_n^2) < \infty$ . Dimostrare che la successione  $\mu_n = (X_n)_*P$  è stretta.