

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

Terzo compito di Probabilità I, a.a. 2017-18
18 giugno 2018

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo; lo spazio è sufficiente. Scrivete poco, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

Esercizio 1. Siano μ, ν probabilità su \mathbb{R} , aventi densità m, n , rispettivamente. Dimostrare che $\mu * \nu$ ha densità, darne una formula esplicita, e dimostrarla.

Esercizio 2. Vengono prodotti componenti elettronici aventi una concentrazione di silicio X , uniformemente distribuita su $(0, 1)$. Il tempo di vita Y di un componente avente concentrazione x è esponenziale, con legge $x \exp(-xy)$. Calcolare la legge di Y .

Esercizio 3. Dare le definizioni di convergenza a.e. e di convergenza in probabilità. Dimostrare che la prima implica la seconda, e dare un controesempio per l'implicazione inversa.

Esercizio 4. Sia $(X_n)_{n \geq 1}$ una successione di variabili aleatorie reali, e supponiamo che $\sup_n E(X_n^2) < \infty$. Dimostrare che la successione $\mu_n = (X_n)_*P$ è stretta.