

Cognome  
Anno imm.

Nome  
Matricola

**Secondo compito di Probabilità I, a.a. 2017-18**  
**19 febbraio 2018**

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo; lo spazio è sufficiente. Scrivete poco, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

**Esercizio 1.** Sia  $\mathcal{R}$  l'insieme di tutte le unioni finite di intervalli (di ogni tipo: aperti, semiaperti, ...) in  $[0, 1]$ . Sia  $Q : \mathcal{R} \rightarrow \{0, 1\}$  la funzione che vale 1 se l'argomento contiene, per qualche  $\varepsilon > 0$ , l'intervallo  $(1/2, 1/2 + \varepsilon]$ , e vale 0 altrimenti. Dire, giustificando le proprie affermazioni, se  $\mathcal{R}$  è una semialgebra/algebra/ $\sigma$ -algebra, e se  $Q$  è una misura f.a./misura.

**Esercizio 2.** Siano  $X, Y$  v.a. geometriche indipendenti, di parametri  $p$  e  $q$ , rispettivamente. Dimostrare che  $Z = \min(X, Y)$  è geometrica, e calcolarne il parametro.

**Esercizio 3.** Siano  $X, Y$  i.i.d., e assumiamo che  $X+Y$  e  $X-Y$  siano indipendenti fra loro. Dimostrare che  $\varphi_X(2u) = \varphi_X(u)^3 \varphi_X(-u)$ .

**Esercizio 4.** Enunciare e dimostrare il Teorema della Moltiplicazione.