

Cognome  
Anno imm.

Nome  
Matricola

**Terzo compito di Probabilità I, a.a. 2016-17**  
**19 giugno 2017**

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo; lo spazio è sufficiente. Scrivete poco, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

**Esercizio 1.** Dare le definizioni di convergenza a.e. e di convergenza in probabilità. Dimostrare che la prima implica la seconda, e dare un controesempio per l'implicazione inversa.

**Esercizio 2.** Sia  $X$  una poissoniana di media  $\mu$ . Calcolare  $E(X^2)$  (sugg.: usare le funzioni caratteristiche).

**Esercizio 3.** Siano  $(X_j)_{j \geq 1}$  normali i.i.d. di parametri  $\mu = 1$ ,  $\sigma^2 = 3$ . Dimostrare che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2} = \frac{1}{4} \quad \text{a.s.}$$