

Cognome  
Anno imm.

Nome  
Matricola

**Primo compito di Probabilità I, a.a. 2016-17**  
**24 gennaio 2017**

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo; lo spazio è sufficiente. Scrivete poco, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

**Esercizio 1.** Sia  $P$  una probabilità sulla semialgebra  $\mathcal{S}$ . Dimostrare che  $P$  può essere estesa in modo unico ad una probabilità sull'algebra generata  $\mathcal{A}$ .

**Esercizio 2.** Sia  $T : [-2, 2] \rightarrow [-2, 2]$  definita da  $T(x) = x^2 - 2$ . Sia  $P$  la probabilità su  $[-2, 2]$  indotta dalla densità  $C \cdot (4 - x^2)^{-1/2}$  rispetto alla misura di Lebesgue ( $C$  è una costante di normalizzazione). Dimostrare che  $T_*P = P$ .

**Esercizio 3.** Un mazzo di 13 carte, numerate dall'1 al 13, viene mescolato e le carte vengono scoperte successivamente. Il gioco riesce se non accade mai che la carta  $n$  venga scoperta al tempo  $n$ . Sapendo che dopo 5 estrazioni il gioco non è ancora fallito, calcolare la probabilità che fallisca alla successiva estrazione. Calcolare la probabilità che il gioco riesca.