

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

Primo compito di Algebra Lineare a Ingegneria Civile
18 giugno 2026

Svolgete gli esercizi direttamente sul testo a penna, negli spazi previsti, scrivendo chiaramente in buon italiano. “Scrivere” significa dare solamente il risultato finale, mentre “calcolare”, “risolvere”, “determinare” significa fornire anche il procedimento, almeno in forma schematica. Dovete consegnare solo il foglio del testo: nessun foglio di brutta. Per ogni domanda è indicato il punteggio massimo ottenibile.

Potete usare una calcolatrice non troppo sofisticata, **non** il cellulare; niente libri, appunti o altro. Tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore. I parametri a e b da usare negli esercizi sono la penultima e l’ultima cifra del numero di matricola: scriveteli qua sotto.

$$a = \dots\dots, \quad b = \dots\dots$$

Esercizio 0.1. Dare la definizione di rango per colonne di una matrice. Spiegare, brevemente ma con chiarezza, come lo si può calcolare. 5pt

Esercizio 0.2. Sia A una matrice 6×6 con autovettori sinistro l e destro r . Assumiamo che gli autovalori corrispondenti a l e a r siano diversi. Dimostrare che $lr = 0$. 4pt

Esercizio 0.3. Sia L la trasformazione lineare di $\mathbb{R}^2$ che riflette ortogonalmente ciascun punto rispetto alla linea $(a - 4)x + 3y = 0$.

1. Individuare due autovettori linearmente indipendenti per L 3pt

2. Calcolare la matrice di L rispetto alla base data dai due autovettori. Scrivere un'espressione (non è necessario svolgere i conti) per la matrice di L rispetto alla base canonica. 4pt

3. Sostituendo la linea precedente con la linea $(a-4)x+3y=-1$, l'esercizio continua ad avere senso? Se sì svolgerlo, se no spiegare perché. 3pt

Esercizio 0.4. 1. Dire, motivando la propria risposta, se l'insieme $\mathbb{Z}$ dei numeri interi è un campo o meno. 3pt

2. Dire, motivando la propria risposta, se l'insieme $\{(t, 2t) \in \mathbb{R}^2 : t \in \mathbb{Z}\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$ o meno. 4pt

Esercizio 0.5. Scrivere l'equazione dell'iperpiano di $\mathbb{R}^4$ che contiene il vettore $(b, 0, 1-a, a)$ ed è perpendicolare al vettore $(1, 0, 1, b)$. 4pt