

Scritto Algebra lineare 20/02/2024

Corso di laurea in Ing. Civile

COGNOME E NOME:

NUMERO MATRICOLA:

Esercizio 1: Nello spazio riferito ad un sistema ortonormale $\sigma = \{O, \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}\}$ sono date le rette:

$$r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - 2t \end{cases}, \quad s : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 - 2t \end{cases}.$$

Verificato che le due rette sono incidenti, trovare il punto P di incidenza e l'equazione del piano contenente le due rette. Inoltre, considerato su r il punto $A = (1, 2, 3)$, determinare il punto B , proiezione ortogonale di A sulla retta s , e l'area del triangolo PAB .

Esercizio 2: Siano $E = \mathbb{R}^4$ lo spazio euclideo con prodotto scalare canonico ed $f : E \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare la cui matrice associata, rispetto alle basi canoniche \mathfrak{C} e \mathfrak{C}' di $E = \mathbb{R}^4$ e \mathbb{R}^3 , è la seguente:

$${}_{\mathfrak{C}}M_{\mathfrak{C}'}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & k & -1 \\ 3 & 1 & 1 & 2k \\ 5 & k+3 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Determinare i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui è massima la dimensione di $\ker f$ e, in questi casi, trovare una base di $\ker f^\perp$.

Esercizio 3: Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare non ammette soluzioni:

$$\begin{cases} x + (a-1)y + (2-a)z = a+5 \\ x + ay + 2z = 4 \\ x + (a-2)y + 2(1-a^2)z = 6 \end{cases}$$

Esercizio 4: Data la seguente matrice a coefficienti complessi:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -i & 1-i \\ i & k & 1+i \\ 1+i & 1-i & 3 \end{pmatrix};$$

trovare per quali valori di k il determinante di A è uguale a 5. Inoltre, rispetto a questi valori di k , determinare gli autovalori di A .

Alla fine della prova vanno riconsegnati i fogli di protocollo in cui sono stati svolti i calcoli ed il tema ricevuto su cui ogni studente ha riportato il proprio nome e cognome, l'anno di corso e il numero di matricola. Inoltre, in questa pagina vanno scritte le soluzioni di ogni esercizio svolto.

Soluzione Esercizio 1

Soluzione Esercizio 2

Soluzione Esercizio 3

Soluzione Esercizio 4