

Scritto Algebra lineare 30/01/2024

Corso di laurea in Ing. Civile

COGNOME E NOME:

NUMERO MATRICOLA:

Esercizio 1: Nello spazio riferito ad un sistema ortonormale $\sigma = \{O, \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}\}$ sono date le rette:

$$r : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}, \quad s : \begin{cases} x = k + k^2 t \\ y = \quad + t \\ z = 2k + t \end{cases};$$

determinare per quali valori di k le rette r ed s sono parallele e distinte e, rispetto a questi valori di k , trovare la loro distanza e l'equazione cartesiana del piano che le contiene.

Esercizio 2: Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare tale che

$$f(1, 1, 1) = (1, 1, 5), \quad f(1, -1, 0) = (-2, 4, 2), \quad f(1, 0, -1) = (-2, 1, 5).$$

Si dica, giustificandone la risposta, se f è o non è diagonalizzabile.

Esercizio 3: Siano U e W i seguenti sottospazi dell' \mathbb{R} -spazio vettoriale \mathbb{R}^4 :

$$U = \langle (2, 0, 1, -1), (1, 1, 2, 0), (4, -2, -1, -3) \rangle;$$

$$W = \{(x, u, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}.$$

1. Determinare una base di U e trovare per quali valori di $t \in \mathbb{R}$ il seguente vettore $(1 + t, 1, 3, -1)$ appartiene al sottospazio U ;
2. Determinare una base di W e una di $U \cap W$.

Esercizio 4: Data la seguente matrice simmetrica:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

trovare una matrice diagonale D e una matrice ortogonale P tale che $D = P^T A P$.

Alla fine della prova vanno riconsegnati i fogli di protocollo in cui sono stati svolti i calcoli ed il tema ricevuto su cui ogni studente ha riportato il proprio nome e cognome, l'anno di corso e il numero di matricola. Inoltre, in questa pagina vanno scritte le soluzioni di ogni esercizio svolto.

Soluzione Esercizio 1

Soluzione Esercizio 2

Soluzione Esercizio 3

Soluzione Esercizio 4