

COGNOME

NOME

CORSO DI LAUREA

INF TWM

ANNO DI IMMATRICOLAZIONE

MATRICOLA

SCRITTO DI MATEMATICA DISCRETA, PRIMA PARTE
9 febbraio 2011

Il compito è composto da due sezioni. Per superarlo bisogna rispondere in modo corretto ad almeno 8 domande della prima sezione ed ottenere la sufficienza nella seconda sezione. Le risposte sbagliate nella prima sezione influiscono negativamente sul voto complessivo. Compilate subito la parte anagrafica del compito. La durata della prova è di 3 ore.

PRIMA SEZIONE

Nota: $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ indicano gli insiemi di numeri naturali, interi, razionali e reali, rispettivamente.

Per ciascuna delle seguenti affermazioni, indicare se è vera o falsa:

1. La funzione $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definita da $f(n, m) = n + m$ è iniettiva.

V F

2. La funzione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ definita da $f(x) = (x, 2x)$ è suriettiva.

V F

3. La R la relazione binaria definita su \mathbb{C} da

$$zRz' \quad \Leftrightarrow \quad z + z' = 0$$

è una relazione d'equivalenza.

V F

4. Il numero 5 è l'inverso moltiplicativo di 7 modulo 34.

V F

5. Se una funzione è iniettiva, allora è anche suriettiva.

V F

6. Il numero 5 è nella stessa classe del numero -2 nella congruenza modulo 4.

V F

7. Esistono esattamente 24 funzioni iniettive da un insieme A di 3 elementi ad un insieme B di 4 elementi.

V F

8. I numeri naturali hanno la stessa cardinalità dei numeri reali.

V F

9. Le lettere A, B, C, D possono essere ordinate in $3 \times 3!$ modi, se richiediamo che la lettera A non occupi la prima posizione.

V F

10. Se z è un numero complesso di argomento π allora $2z$ ha argomento 2π .

V F

SECONDA PARTE

1. Dimostrare per induzione che per ogni $n \geq 6$ vale:

$$n! > n2^n$$

2. Una classe è composta da 28 studenti, di cui 12 sono maschi e 16 sono femmine. Gli studenti devono eleggere fra loro tre rappresentanti di classe.

- (a) In quanti modi diversi può essere composta questa rappresentanza, se tutti i componenti della classe possono essere scelti come rappresentanti?
- (b) E se vogliamo che un rappresentante sia maschio ed due siano femmine?
- (c) E se vogliamo che almeno un rappresentante sia femmina?

3. Determinare se i seguenti numeri possono essere utilizzati, insieme al modulo $m = 65$, come chiave pubblica nel codice RSA. In caso affermativo, cercare la chiave privata corrispondente.

- (a) $s = 3$;
- (b) $s = 5$.

4. Trovare tutte le radici complesse dell'equazione

$$z^4 = 2i$$

5. Sia E la relazione d'equivalenza definita sull'insieme $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ da

$$(a, b) E (c, d) \Leftrightarrow a + b = c + d.$$

- (a) Determinare la classe d'equivalenza della coppia $(0, 0)$ e quella della coppia $(1, 0)$ rappresentandole anche graficamente sul piano cartesiano.
- (b) Per ognuno dei seguenti insiemi X , determinare se tale insieme è un insieme di rappresentanti delle classi d'equivalenza di E su $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, giustificando adeguatamente le risposte.
 - i. $X = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x = -y\}$;
 - ii. $X = \{(0, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : y \in \mathbb{R}\}$;
 - iii. $X = \{(x, 0) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \in \mathbb{R}\}$.