

## DOMANDE V/F

Nota:  $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$  indicano gli insiemi di numeri naturali, interi, razionali, reali e complessi, rispettivamente.

Per ciascuna delle seguenti affermazioni, dire se è vera o falsa:

1. Il sottoinsieme  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = y = z\}$  è un sottospazio vettoriale di  $\mathbb{R}^3$ ; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
2. se  $B$  è una base di  $\mathbb{R}^n$ , ogni sottoinsieme  $B'$  di  $\mathbb{R}^n$  che contiene  $B$  è ancora una base; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
3. se si scambiano due righe di una matrice, il rango non cambia; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
4. ogni base di  $\mathbb{R}^n$  contiene i vettori della base canonica; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
5. se un sottospazio vettoriale contiene almeno un vettore, allora la sua dimensione è maggiore o uguale a uno; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
6. la funzione  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da  $F(x, y, z) = (x, x)$  è una trasformazione lineare; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
7. se la trasformazione lineare  $F$  ha un autovettore, allora ha infiniti autovettori; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
8. due basi di uno spazio vettoriale hanno sempre la stessa cardinalità; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
9. i vettori  $v_1 = (\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2})$ ,  $v_2 = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$  sono linearmente dipendenti in  $\mathbb{R}^3$ ; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
10. una trasformazione lineare  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  con  $F(1, 1, 1) \neq 0$  è suriettiva; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
11. il vettore nullo appartiene a tutte le basi di uno spazio vettoriale; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
12. esistono 4 vettori di  $\mathbb{R}^5$  che generano  $\mathbb{R}^5$  

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
13. se  $A, B$  sono due matrici  $n \times n$ , allora vale sempre  $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$ ; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
14. se  $A$  è una matrice  $n \times n$  e  $\det(A) = 0$  allora  $A$  è invertibile; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
15. se un sottospazio vettoriale contiene almeno un vettore non nullo, contiene infiniti vettori; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
16. La funzione  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da  $F(x, y) = (y, x)$  è una trasformazione lineare; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
17. se  $v$  è un autovettore della trasformazione lineare  $F$ , allora  $-v$  è un autovettore di  $F$ ; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
18. i vettori  $v_1 = (1, 2, 3)$ ,  $v_2 = (3, 2, 1)$  sono linearmente dipendenti in  $\mathbb{R}^3$ ; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
19. se  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  è una trasformazione lineare e  $F(v) = F(w)$ , allora  $v - w \in \text{Ker}(F)$ ; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
20. se  $A$  è una matrice  $n \times m$  con  $n < m$ , il rango di  $A$  non può essere  $m$ ; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
21. La funzione  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita per ogni  $x \in \mathbb{R}$  da  $F(x) = (0, x^2)$  è una trasformazione lineare; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
22. la matrice identità  $I_n$  è diagonalizzabile; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
23. se  $\lambda, \lambda'$  sono autovalori per la trasformazione lineare  $F$  con autovettori  $v, v'$  rispettivamente, allora  $v + v'$  è un autovettore di  $F$  con autovalore  $\lambda + \lambda'$ ; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
24. l'unione di due sottospazi vettoriali è sempre un sottospazio vettoriale; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
25. i vettori  $v_1 = (1/2, 1/2)$ ,  $v_2 = (1, 1)$ ,  $v_3 = (1, 2)$  sono linearmente dipendenti; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
26. se  $\det(A) > 0$  e  $A$  è invertibile, allora  $\det(A^{-1}) < 0$ ; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|

27. se i vettori  $v_1, \dots, v_n$  sono linearmente dipendenti e  $h \leq n$  allora anche  $v_1, \dots, v_h$  sono linearmente dipendenti; **V** **F**
28.  $n + 1$  vettori di  $\mathbb{R}^n$  generano sempre tutto  $\mathbb{R}^n$ ; **V** **F**
29. se la trasformazione lineare  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  è suriettiva e  $A$  è la matrice associata ad  $F$  rispetto alle basi canoniche per dominio e codominio, il rango di  $A$  è  $m$ ; **V** **F**
30. una matrice e la sua trasposta hanno lo stesso rango; **V** **F**
31. La funzione  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $F(x, y) = x$  per ogni  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  è una trasformazione lineare; **V** **F**
32. se  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  è definita da  $F(x, y) = (y, x)$ , per ogni  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  allora  $\dim(Ker(F)) = 0$ ; **V** **F**
33. il sottospazio generato dai i vettori  $v_1 = (1, 1), v_2 = (-2, -2)$  ha dimensione 1 in  $\mathbb{R}^2$ ; **V** **F**
34. le soluzioni del sistema  $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$  formano un sottospazio vettoriale di  $\mathbb{R}^2$ ; **V** **F**
35. il prodotto scalare fra due vettori non nulli è sempre un numero positivo; **V** **F**
36. una matrice diagonalizzabile ha almeno un autovalore; **V** **F**
37. In  $\mathbb{R}^3$  esistono due sottospazi vettoriali  $U_1$  e  $U_2$  di dimensione 2 tali che  $U_1 \cap U_2 = \{(0, 0, 0)\}$ ; **V** **F**
38.  $n + 1$  vettori sono sempre linearmente dipendenti in  $\mathbb{R}^n$ ; **V** **F**
39. se una trasformzione lineare  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  è diagonalizzabile, allora è anche invertibile; **V** **F**
40. Se  $v \in \mathbb{R}^n$  e  $A$  è una matrice  $m \times n$ , il vettore  $Av \in \mathbb{R}^m$  è una combinazione lineare delle colonne di  $A$ . **V** **F**
41. Il sottoinsieme  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = y = z\}$  è un sottospazio vettoriale di  $\mathbb{R}^3$ ; **V** **F**
42. se  $B$  è una base di  $\mathbb{R}^n$ , ogni sottoinsieme  $B'$  che contiene  $B$  è ancora una base; **V** **F**
43. se si scambiano due righe di una matrice, il rango non cambia; **V** **F**
44. ogni base di  $\mathbb{R}^n$  contiene i vettori della base canonica; **V** **F**
45. se un sottospazio vettoriale contiene due vettori diversi, allora la sua dimensione è maggiore o uguale a due; **V** **F**
46. la funzione  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da  $F(x, y, z) = (x, x)$  è una trasformazione lineare; **V** **F**
47. se la trasformazione lineare  $F$  ha un autovettore non nullo, allora ha infiniti autovettori; **V** **F**
48. se la trasformazione lineare  $F$  ha un autovalore non nullo, allora ha infiniti autovalori; **V** **F**

49.  $n$  vettori linearmente indipendenti di  $\mathbb{R}^n$  generano  $\mathbb{R}^n$ ; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
50. i vettori  $v_1 = (1, 1, 1)$  ,  $v_2 = (-1, -1, 1)$  sono linearmente dipendenti in  $\mathbb{R}^3$ ; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
51. una trasformazione lineare  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  con  $F(1, 1, 1) = r \neq 0$  è suriettiva; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
52. se  $v$  è un autovettore della matrice  $A$  e  $r$  è un numero reale non nullo, allora  $rv$  è un autovettore per la matrice  $A$ ; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
53. se  $\lambda$  è un autovalore della matrice  $A$  e  $r$  è un numero reale non nullo, allora  $r\lambda$  è un autovalore per la matrice  $A$ ; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|
54. se  $\lambda$  è un autovalore della matrice  $A$  e  $r$  è un numero reale, allora  $r\lambda$  è un autovalore per la matrice  $rA$ ; 

|   |   |
|---|---|
| V | F |
|---|---|