

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA &
CORSO DI LAUREA IN TECNOLOGIE WEB E MULTIMEDIALI
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI UDINE

Nome:

Corso di Laurea:	Informatica:	Tecnologie Web e Multimediali:
-------------------------	--------------	--------------------------------

Anno di prima immatricolazione:

		/		
--	--	---	--	--

Avvertenze. Si prega di compilare **subito** la parte anagrafica del compito. La durata della prova è di **tre ore** a decorrere dalla consegna di questo foglio. *Le risposte date vanno sempre giustificate.*

(1) Si considerino le seguenti matrici

dove λ è un parametro reale.

- Si moltiplichino le due matrici in modo tale da ottenere una matrice 3×3 – che denotiamo con C_λ – e si determini qual è il rango di C_λ in funzione del parametro λ ;
- si determinino i valori del parametro λ per cui C_λ è diagonalizzabile;
- posto $\lambda = 1$, si determinino gli autovalori e gli autospazi di C_1 , e si determini l'eventuale matrice diagonale simile a C_1 .

- $$\begin{cases} x - \lambda z = -1 \\ 2y - \lambda z = -1 \\ 2x - \lambda z = \lambda - 1 \\ \lambda x - 2y - 2\lambda z = -2\lambda - 2. \end{cases}$$

- 1

- (b) se A_λ è la matrice completa del sistema e λ_0 è un valore del parametro per cui il sistema ha soluzioni, trovare l'inversa di un minore non nullo di rango massimo di A_{λ_0} (qui per *minore non nullo* di A_{λ_0} intendiamo una matrice quadrata a determinante non nullo ottenuta da A_{λ_0} eliminando da essa alcune righe e alcune colonne);
- (c) trovare lo spazio vettoriale V_{λ_0} parallelo allo spazio affine delle soluzioni del sistema per ciascun λ_0 e lo spazio vettoriale supplementare a V_{λ_0} in $\mathbb{R}^3$.
- (3) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$, si considerino i seguenti sottospazi vettoriali
- $$V_1 := \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z + w = 0, x + 2y + 3z + 4w = 0\}$$
- $$V_2 := \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid 4x + 3y + 2z + w = 0, 4x + 2y + 3w = 0\}$$
- e sia $V := V_1 \cap V_2$ il sottospazio vettoriale intersezione di V_1 e V_2 . Si determini
- la dimensione di V e si trovi una sua base;
 - la dimensione dello spazio $V_1 + V_2$ generato da V_1 e V_2 , la sua dimensione e una sua base;
 - un sistema lineare che abbia come soluzione lo spazio affine $V + (1, 0, 1, 0)$.