PROVA SCRITTA
MATEMATICA DISCRETA – SECONDA PARTE

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA &
CORSO DI LAUREA IN TECNOLOGIE WEB E MULTIMEDIALI
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI UDINE

—
ANNO ACCADEMICO 2010/11
18 LUGLIO 2011

Nome:

Cognome:

Corso di Laurea: Informatica: Tecnologie Web e Multimediali:

Numero di matricola:

Anno di prima immatricolazione:

Avvertenze. Si prega di compilare **subito** la parte anagrafica del compito. La durata della prova è di **tre ore** a decorrere dalla consegna di questo foglio. *Le risposte date vanno sempre giustificate.*

Esercizi

- (1) Si consideri l'applicazione $\psi: \mathbb{R}[x]_{\leq 3} \rightarrow \mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ – dove $\mathbb{R}[X]_{\leq 3}$ denota lo spazio vettoriale dei polinomi di grado al più tre – data da $\psi(P) := P' - P''$, dove P' e P'' denotano, rispettivamente, la derivata prima e la derivata seconda del polinomio P (ovvero se $P = ax^3 + bx^2 + cx + d$, allora $P' = 3ax^2 + 2bx + c$ e $P'' := (P')'$).
- (a) L'applicazione ψ è suriettiva? È iniettiva?
 - (b) L'applicazione ψ lineare? In tale caso determinare la matrice associata a ψ rispetto alla base canonica $(1, x, x^2, x^3)$ di $\mathbb{R}[X]_{\leq 3}$.
 - (c) Trovare il nucleo di ψ .

- (2) Nello spazio euclideo $\mathbb{R}^4$ (con la metrica standard) si considerino i seguenti sottospazi vettoriali

$$V_1 := \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0, -x_1 - x_2 + x_3 = 0\},$$

$$V_2 := \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid -x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0\}$$

e sia $V_1 \cap V_2 =: V \subset \mathbb{R}^4$ il sottospazio vettoriale intersezione di questi

- (a) Determinare la dimensione di V e dello spazio vettoriale generato da V_1 e V_2 ;
- (b) trovare una base ortogonale di V ;
- (c) trovare la proiezione ortogonale del vettore $(1, 1, 0, 0)$ su V .

- (3) Nello spazio euclideo $\mathbb{R}^3$ dotato della metrica standard, si considerino le seguenti rette

$$r_1 := \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 1 \\ 2x_3 = 1, \end{cases} \quad r_2 := \begin{cases} x_2 = 0 \\ 2x_1 + 3x_3 = 1, \end{cases} \quad r_3 := \begin{cases} x_2 + 2x_3 = 7 \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

Si determinino quali di queste rette sono

- (a) incidenti, e in tal caso, determinare equazioni parametriche del piano che le contiene;
- (b) ortogonali;
- (c) sghembe.