Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2001/02

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Matematica (vecchio ordinamento)

Istituzioni di Analisi Superiore, primo modulo

Prova Scritta del 24 luglio 2003

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Tempo a disposizione: 3 ore.

1. Sia $r\colon \mathbb{N} \to \mathbb{Q}$ una funzione biiettiva. Presa una $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua a supporto compatto, poniamo

$$\Lambda(f) := \sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{f(r(n))}{n^2}\,.$$

a. Dimostrare che $\Lambda(f)$ è un numero reale ben definito, e che il funzionale $\Lambda\colon C_c(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ verifica le ipotesi del teorema di rappresentazione di Riesz.

b. Descrivere la misura boreliana su $\mathbb{R}$ che il teorema di Riesz associa a Λ.

2. Calcolare, se ha senso, il

$$\lim_{n\to+\infty} \int_0^\pi \frac{1}{\sqrt{1-\cos\dfrac{(n\pi-1)x+\pi}{n\pi}}}\,dx\,.$$

Punti: 10+10, 15.