



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in IBML

Analisi Matematica

Prova Scritta del 28 gennaio 2026

Cognome e Nome:

[illegible]

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Sono permessi libri e appunti cartacei ma *non* strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

- 1.** Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1/3} - \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x-1/3} \right)$

$$\text{e) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{2n^2-n}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n^3}}$$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1+x)^{3/2} + 2e^x - 4e^{2x} + 3x \cos x}{x \cdot |x^2 - x|}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \arccos \frac{x}{\sqrt{x^4 + x^2}}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} \tan x - (x - 3x^2) \cos x}{|2x^2 - x| + x}$

$$\text{g) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{(n!)^2}{(3n)!}}$$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - (x^2 + 1)e^{-x} - \log(1 - x^2) - 2 \sin x \cos x}{(\sin^2 x) \sqrt{\cos x - \cos 2x}}$

h) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n^2)!}{n^{n^2}}$

2. Data la funzione $f(x) := x\sqrt{\left|\frac{x}{3x^2 - 1}\right|}$, trovare **a)** dominio, eventuali simmetrie, segno e limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti; **b)** f' , crescita/decrecita e punti di massimo/minimo di f ; **c)** f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **d)** un grafico qualitativo di f .
3. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a) $\frac{x^4 - x + 32}{x^3 - 3x^2 + x + 5}$, (b) $\frac{\operatorname{sen} x}{\sqrt{\cos x(\cos x + 1)}}$, (c) $\frac{1 + \tan^2 x}{2 - 3 \tan x}$, (d) $(2 + x) \log^2 x$

4. Calcolare l'integrale $\int \frac{x+4-\sqrt{x+2}}{(x+3)\sqrt{x+2}} dx$, per esempio con la sostituzione $y = \sqrt{x+2}$.

- 5.** Usando gli sviluppi di Maclaurin visti a lezione, determinare il polinomio di Maclaurin delle seguenti funzioni:

(a) $\log(1+x^2) + \cos(e^x - 1)$ di ordine 3, (b) $(e^{x^2} - 1)(1 - \sin(x^2))$ di ordine 6.

- 6.** Risolvere le equazioni seguenti:

$$(a) \quad \overline{z+2i} + \Im(z) - 3\Re(z) = 1 \quad (b) \quad \begin{cases} z \cdot \overline{w} = 1+i \\ z - \Im(w) = 2-i \end{cases}$$

7. Trovare i punti stazionari della funzione $g(x, y) := 3x^2 + 4xy - 4x + 2y^2 + 4 \log|x + 1|$ e determinare se sono massimi, minimi o selle.

Punti: 4 per ogni limite, 10, 4+3+2+4, 6, 4+4, 4+4, 6.