



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche  
Corso di Laurea in IBML

# Analisi Matematica

Prova Scritta dell'8 settembre 2025

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Sono permessi libri e appunti cartacei ma *non* strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

**1.** Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

- |  |   |
|--|---|
| a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8(x+1)^{3/2} + 5x(x+1) \sin x - 4(3e^x - \cos x)}{(\cos x - \cos 2x)(1 - \sqrt{x+1})}$  | e) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{(n!)^2}{(3n+1)!}}$              |
| b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1/3} - \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \right)$ | f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - x^2)^{1/x}}{ x^2 - x  + x\sqrt{1-x}}$ |
| c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{n^3} e^{2n^2+2n}$   | g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+3x)}{x \arctan(1/x)}$                   |
| d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x}(1-x^2) + 5(x-1)\log(1-x) - (3x+1)\cos x}{x \log(1 - \sqrt{x^2 - x^3})}$         | h) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{n^2}}{(2n)!}$                         |

**2.** Data la funzione  $f(x) := \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{|x^2 - 1|}}\right)$ , trovare **a)** dominio, continuità, eventuali simmetrie, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, segno; **b)**  $f'$ , derivabilità, crescenza/decrescenza, punti di massimo/minimo di  $f$ ; **c)**  $f''$ , convessità/concavità e flessi; **d)** un grafico qualitativo di  $f$ .

**3.** Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

$$(a) \frac{x^3 - 4x^2 + 1}{x^2 + 6x + 10}, \quad (b) \frac{4 \arcsen x}{\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-4 \arcsen^2 x}}, \quad (c) \frac{e^{1-2 \log^2 x} \log x}{x}, \quad (d) (2x - x^3) e^{-2x^2}$$

**4.** Calcolare l'integrale  $\int \frac{x^2}{(2x+1)\sqrt{1-2x}} dx$ , per esempio con la sostituzione  $y = \sqrt{1-2x}$ .

**5.** Usando gli sviluppi di Maclaurin visti a lezione, determinare il polinomio di Maclaurin delle seguenti funzioni:

$$(a) \log(1+x^2) - \cos(e^x) \text{ di ordine 3}, \quad (b) (e^x - 1)(1 + x \sin x) \text{ di ordine 5}.$$

**6.** Risolvere le equazioni seguenti:

$$(a) \begin{cases} \bar{w} + z^2 = 1 + i \\ z - \Im(w) = 2 - i \end{cases} \quad (b) \begin{cases} w \cdot \Re(z) = 1 - i \\ \Im(z) + 3w = i - 1 \end{cases}$$

**7.** Trovare i punti stazionari della funzione  $g(x, y) := x^2 - 4xy + 4x + 2y^2 - 4 \log|x+1|$  e indagare se sono massimi, minimi o selle.

*Punti: 4 per ogni limite, 12, 4+3+2+4, 6, 4+4, 4+4, 6.*