



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche  
Corso di Laurea in IBML

# Analisi Matematica

Prova Scritta dell'8 settembre 2025

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Sono permessi libri e appunti cartacei ma *non* strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8(x+1)^{3/2} + 5x(x+1) \sin x - 4(3e^x - \cos x)}{(\cos x - \cos 2x)(1 - \sqrt{x+1})}$

e)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{(n!)^2}{(3n+1)!}}$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1/3} - \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \right)$

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - x^2)^{1/x}}{|x^2 - x| + x\sqrt{1 - x}}$

c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{n^3} e^{2n^2+2n}$

g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+3x)}{x \arctan(1/x)}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x}(1-x^2) + 5(x-1)\log(1-x) - (3x+1)\cos x}{x \log(1 - \sqrt{x^2 - x^3})}$

h)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{n^2}}{(2n)!}$

2. Data la funzione  $f(x) := \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{|x^2-1|}}\right)$ , trovare **a)** dominio, continuità, eventuali simmetrie, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, segno; **b)**  $f'$ , derivabilità, crescita/decrecenza, punti di massimo/minimo di  $f$ ; **c)**  $f''$ , convessità/concavità e flessi; **d)** un grafico qualitativo di  $f$ .

3. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a)  $\frac{x^3 - 4x^2 + 1}{x^2 + 6x + 10}$ , (b)  $\frac{4 \arcsen x}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-4 \arcsen^2 x}}$ , (c)  $\frac{e^{1-2 \log^2 x} \log x}{x}$ , (d)  $(2x - x^3)e^{-2x^2}$

4. Calcolare l'integrale  $\int \frac{x^2}{(2x+1)\sqrt{1-2x}} dx$ , per esempio con la sostituzione  $y = \sqrt{1-2x}$ .

5. Usando gli sviluppi di Maclaurin visti a lezione, determinare il polinomio di Maclaurin delle seguenti funzioni:

(a)  $\log(1+x^2) - \cos(e^x)$  di ordine 3, (b)  $(e^x - 1)(1 + x \sin x)$  di ordine 5.

6. Risolvere le equazioni seguenti:

(a)  $\begin{cases} \bar{w} + z^2 = 1 + i \\ z - \Im(w) = 2 - i \end{cases}$  (b)  $\begin{cases} w \cdot \Re(z) = 1 - i \\ \Im(z) + 3w = i - 1 \end{cases}$

7. Trovare i punti stazionari della funzione  $g(x, y) := x^2 - 4xy + 4x + 2y^2 - 4 \log|x+1|$  e indagare se sono massimi, minimi o selle.

Punti: 4 per ogni limite, 12, 4+3+2+4, 6, 4+4, 4+4, 6.