



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
 Corso di Laurea in IBML

Analisi Matematica

Prova Scritta del 17 febbraio 2025

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--	--	--

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Sono permessi libri e appunti cartacei ma *non* strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \cos x - 4(1+x)^{3/2} + 3x(e^{2x} + e^{-x})}{x \cdot \sqrt{1 - \cos x}}$

e) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{2n^2-n}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n^3}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x - 3x^2) \cos x - e^{-2x} \tan x}{|x^3 + x| + x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arccos(\operatorname{sgn}(x) - x)}{\sqrt{\sqrt{1 - \cos x}}}$

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} n \left(e \left(1 - \frac{1}{n} \right)^n - 1 \right)$

g) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{(n!)^2}{(3n)!}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}(1+x^2) + \log(x^2+1) - 2 \operatorname{sen} x \cos x}{\sqrt{1 - \cos(x^3)}}$

h) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n^2)!}{n^{n^2}}$

2. Data la funzione $f(x) := (2x-3)\sqrt{\left|\frac{x}{3x-4}\right|}$, trovare **a)** dominio, eventuali simmetrie, segno e limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti; **b)** f' , crescita/decrecenza e punti di massimo/minimo di f ; **c)** f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **d)** un grafico qualitativo di f .

3. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a) $\frac{x^4 - x + 5}{(x+1)(x^2 - 2x + 5)}$, (b) $\frac{\operatorname{sen} x}{\sqrt{\cos x}(\cos x + 1)}$, (c) $\frac{1 + \tan^2 x}{2 - 3 \tan x}$, (d) $(2+x) \log^2 x$

4. Calcolare l'integrale $\int \frac{x+4-\sqrt{x+2}}{(x+3)\sqrt{x+2}} dx$, per esempio con la sostituzione $y = \sqrt{x+2}$.

5. Usando gli sviluppi di Maclaurin visti a lezione, determinare il polinomio di Maclaurin delle seguenti funzioni:

(a) $\log(1+x^2) + \cos(e^x - 1)$ di ordine 3, (b) $(e^{x^2} - 1)(1 - \operatorname{sen}(x^2))$ di ordine 6.

6. Risolvere le equazioni seguenti:

(a) $3 \cdot \overline{z+i} + \Im(z) - 15\Re(z) = 2$ (b) $2|z| - (z-2) = 4$

7. Trovare i punti stazionari della funzione $f(x,y) := x^2 + y^2 - 2 \log(2x^2 - y^2 + 2)$ e determinare se sono massimi, minimi o selle.

Punti: 4 per ogni limite, 10, 4+3+2+4, 6, 4+4, 4+4, 6.