



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche  
 Corso di Laurea in IBML

# Analisi Matematica, tema A

Compitino del 31 gennaio 2025

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

## 1. Calcolare i seguenti limiti

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{\frac{x^4 + 2}{x^2 + x}} - \sqrt{\frac{x^4}{x^2 - 1}} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5(3 - 2x) + (2x^4 - 3x^3)(x^2 - 2)}{(x^2 - 1)(x^3 + 2x^4 - 1) - x^5(1 + 2x)}$

c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1 - 2x^3}{2x(x - 2)} + \frac{x^4 + x^3 - 1}{x(x^2 - 4)} \right)$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{\frac{x - 2x^3}{1 - 2x}} - \sqrt{x^2 + x} \right)$

e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 e^{-x} \sin x - \cos x}{\sqrt{4x^4 - x^3} - 2\sqrt{x^4 + x^3}}$

f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^3 4^x + 3x \cdot 2^x} - 2^x x \right)$

g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{\log x + \sqrt{\log x}} - \sqrt{\log x} \right)$

h)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x - x^3)(3x^3 + 2x^2 - x^4)}{(1 - x)(x^2 - 2x^3 + 1)}$

i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + \sqrt{2x^3 + x^2}}{\sqrt{1 - \cos x}}$

j)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 2^x)}{\sqrt{x^2 - 4x^3} - \sqrt{x^2 - x^3}}$

k)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3^x - 3)^2}{x^3 - 3x + 2}$

l)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\log x)^{3x}}{x^{\log x}}$

m)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x + \sqrt{4 + x^2}}{2x + 3} \right)^x$

n)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x^4 - 2x}{2x^4 + 2x + 3} \right)^{-x^3}$

o)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - (1 - 2x)^{1/x}}{(1 + x^3)(\sin x - \sin 1)}$

p)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{-x} - 1}{(2x^3 - 3x^2 + 1) \log x}$

## 2. Risolvere le equazioni o i sistemi in variabile complessa seguenti:

(a)  $\begin{cases} i\bar{z} + w = 3 \\ z - w = (i - 1)^2 \end{cases}$

(b)  $\begin{cases} \Re(z) \cdot w - \bar{z} = 3 \\ \Im(z) + w = i - 1 \end{cases}$

(c)  $|z|^2 + z^2 = 1 - i$

## 3. Calcolare le radici quarte di $(1 - i)^4$ e rappresentarle nel piano di Argand-Gauss.

## 4. Ricordando il significato geometrico di $|z - w|$ , rappresentare nel piano di Argand-Gauss l'insieme dei numeri complessi $z$ tali che $\max\{|z + i|, |z - 1|\} < 2$ .

Punti: 2 per ogni limite, 2 per ogni equazione, 2 per l'esercizio n. 3, 3 per l'esercizio n. 4.







# Analisi Matematica, tema D

Compitino del 31 gennaio 2025

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

**1.** Calcolare i seguenti limiti

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x - x^2 e^{-x} \sin x}{2\sqrt{x^4 - x^3} - \sqrt{4x^4 + x^3}}$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{\frac{x - 2x^3}{1 - 2x}} \right)$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(3 - 2x)x^5 + (2 - x^2)(3x^3 - 2x^4)}{(x^2 - 1)(2x^4 + x^3 - 1) - x^5(2x + 1)}$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^3 4^x - 3x \cdot 2^x - 2^x} \right)$

e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3x - x^3)(3x - 2x^4 + x^3)}{(1 - 3x)(5 - 2x^3 - x)}$

f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{\frac{x^4 - 1}{x^2 + 2x}} - \sqrt{\frac{x^4}{x^2 + x}} \right)$

g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{\log x - 2\sqrt{\log x}} - \sqrt{\log x} \right)$

h)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1 - x^3}{x(4x + 2)} + \frac{x^4 - x^3 + 1}{x(4x^2 - 1)} \right)$

i)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x + \sqrt{x^2 - 4}}{2x - 3} \right)^{2x}$

j)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{-x} - 1}{(x^3 + x^2 - 5x + 3) \log x}$

k)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3 - 3^x)^2}{2x^3 - 3x^2 + 1}$

l)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x^4 - x^2}{2x^4 + 2x - 1} \right)^{2x^2}$

m)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\log x)^{2x}}{x^{\log x}}$

n)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(1 - x)^{1/x} - 1}{(1 + x^3)(\sin 1 - \sin x)}$

o)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(e^x + 1)}{\sqrt{x^2 - x^4} - \sqrt{2x^3 + x^2}}$

p)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sqrt{x^2 - 2x^3}}{\sqrt{1 - \cos x}}$

**2.** Risolvere le equazioni o i sistemi in variabile complessa seguenti:

(a)  $\begin{cases} i\bar{z} - w = 3 \\ 3z - 3w = (i - 1)^2 \end{cases}$

(b)  $\begin{cases} \Re(z) \cdot w - \bar{z} = -3 + i \\ \Im(z) - 2w = 7 \end{cases}$

(c)  $|z|^2 + z^2 = 1 + i$

**3.** Calcolare le radici terze di  $(1 - i)^3$  e rappresentarle nel piano di Argand-Gauss.

**4.** Ricordando il significato geometrico di  $|z - w|$ , rappresentare nel piano di Argand-Gauss l'insieme dei numeri complessi  $z$  tali che  $\max\{|z - 1|, |z + 1|\} < 2$ .

Punti: 2 per ogni limite, 2 per ogni equazione, 2 per l'esercizio n. 3, 3 per l'esercizio n. 4.