Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2020/2021

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBML, ☐ IBW

Analisi Matematica, tema A

Compitino del 24 giugno 2021

Cognome e Nome:

Matricola:

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{1-e^{1/n}}-\frac{1}{1-e^{1/(n+1)}}\right)$

b) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{6x\log\sqrt{x+1}-3e^x\tan x+(1-x^2)\operatorname{sen}3x}{\big(x+\log(1-x)\big)(e^{1+x}-e^{1-x})}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x^2-2x^3+8\sqrt{1+x}-2(1+\cos x)\operatorname{sen}x-8}{x^2\sqrt{\cos x-\cos 2x}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{e^{-\operatorname{sen}x}\tan x-x(1-3x)\cos 2x}{x-|x^3+x|}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\arccos(\cos x)}{3x-\sqrt{6\cos x-6\cos 2x}}$

f) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{(2n+1)!}{n!(n+1)^n}$

g) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{e^{2n^2-n}}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{2n^3}}$

h) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\sqrt[n]{\frac{(2n)!}{n!}}$

2. Data la funzione $f(x):=\dfrac{x^2-x-2}{4x^2+9x+2}$, trovare **a)** dominio, eventuali simmetrie, segno e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d)** f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x):=\dfrac{x|x|}{\sqrt{|4x+3|}}$, trovare **a)** dominio, eventuali simmetrie, continuità, limiti agli estremi ed eventuali asintoti; **b)** $g'(x)$ dove esiste, crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; **d)** calcolare $g''(x)$ dove esiste e trovare gli intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di g.

4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (la penultima per parti):

$$\text{(a)}\quad \frac{x^5-3x^3+1}{x^4+2x^3+2x^2},\qquad \text{(b)}\quad \frac{4\operatorname{arcsen}x}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-4\operatorname{arcsen}^2x}},\qquad \text{(c)}\quad \frac{e^{2+\log^2x}\log x}{x}$$

$$\text{(d)}\quad (2x^3+x)e^{-2x^2},\qquad \text{(e)}\quad \frac{2\log x}{x(2-\log^2x)}$$

5. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int\frac{x^2}{(2x-3)\sqrt{2-x}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y=\sqrt{2-x}$.

6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n\to+\infty$ la precedente sia "o piccolo" della successiva: e^{n^2}, $n!$, $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^3}$, $1/\operatorname{sen}(1/n)$, $1-e^{1/n}$, $\sqrt{n^3+2n+1}$, 2^{n^2}, $(n!)^{-n}$, n^{-n}.

Punti: 4 per ogni limite, 9, 10, 4+3+2+4+3, 6, 6, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2020/2021

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBML, ☐ IBW

Analisi Matematica, tema B

Compitino del 24 giugno 2021

Cognome e Nome:

Matricola:

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{9x^3+3x^2-2(1-\sqrt{2x+1})-2x(\operatorname{sen} x+\cos 2x)}{x^2\sqrt{\cos x-\cos 2x}}$

b) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{e^{1/n}-1}+\frac{1}{1-e^{1/(n+1)}}\right)$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{\operatorname{sen} x}\tan 2x - x(2-3x)\cos 2x}{|x-x^3|+x}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(x^2+3)\operatorname{sen} 2x - 6e^{-x}\tan x + 12x\log\sqrt{1-x}}{(e^{1-x}-e^{x+1})\big(x+\log(1-x)\big)}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\arccos(\cos x)}{3x-\sqrt{2-2\cos 3x}}$

f) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)!}{(2n)!(2n)^n}$

g) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{(2n)!}}$

h) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{2n^3}}{e^{2n^2-n}}$

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{x^3-3x^2+3x-1}{3x^2+1}$, trovare **a)** dominio, eventuali simmetrie, segno e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d)** f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x) := \dfrac{x|x|}{\sqrt{|4x-3|}}$, trovare **a)** dominio, eventuali simmetrie, continuità, limiti agli estremi ed eventuali asintoti; **b)** $g'(x)$ dove esiste, crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; **d)** calcolare $g''(x)$ dove esiste e trovare gli intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di g.

4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (la penultima per parti):

$$\text{(a)}\quad \frac{x^5+4x^3+1}{x^4-2x^3+2x^2},\qquad \text{(b)}\quad \frac{4\tan x}{(\cos^2 x)\sqrt{1-4\tan^2 x}},\qquad \text{(c)}\quad \frac{e^{1-2\log^2 x}\log x}{x}$$

$$\text{(d)}\quad (x-2x^3)e^{-2x^2},\qquad \text{(e)}\quad \frac{2\log x}{x(2+\log^2 x)}$$

5. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int \frac{x^2}{(x-2)\sqrt{2x+1}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y=\sqrt{2x+1}$.

6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n\to+\infty$ la precedente sia "o piccolo" della successiva: n^{-n}, $(n!)^{-n}$, e^{n^2}, $1/\operatorname{sen}(1/n)$, 2^{n^2}, $1-e^{1/n}$, $\sqrt{n^3+2n+1}$, $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^3}$, $n!$.

Punti: 4 per ogni limite, 9, 10, 4+3+2+4+3, 6, 6, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2020/2021

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBML, ☐ IBW

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 24 giugno 2021

Cognome e Nome:

Matricola:

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{5(2x^2-x^3)-16(1-\sqrt{1-x})+8x(\cos x-\operatorname{sen} x)}{x^2\sqrt{\cos x-\cos 2x}}$

b) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{e^{1/(n+1)}-1}-\frac{1}{e^{1/n}-1}\right)$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3e^{-\operatorname{sen} x}\tan x+(x^2-3x)\cos 2x}{x-|x-x^3|}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(2-x^2)\operatorname{sen} 2x-4e^{-x}\tan x+8x\log\sqrt{1-x}}{(e^{1-x}-e^{x+1})\big(\log(x+1)-x\big)}$

e) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{n!}}$

f) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} e^{2n^2+n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{2n^3}$

g) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(2n)!(2n)^n}{(3n+1)!}$

h) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(\operatorname{arcsen} x)}{\arccos(\cos x)}$

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{x^3+3x^2+3x+1}{3x^2+1}$, trovare **a)** dominio, eventuali simmetrie, segno e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d)** f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x) := x\sqrt{\left|\dfrac{x}{3x^2-1}\right|}$, trovare **a)** dominio, eventuali simmetrie, continuità, limiti agli estremi ed eventuali asintoti; **b)** $g'(x)$ dove esiste, crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; **d)** calcolare $g''(x)$ dove esiste e trovare gli intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di g.

4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (la penultima per parti):

$$\text{(a)}\quad \frac{x^5+x^3+3}{x^4+2x^3+2x^2},\qquad \text{(b)}\quad \frac{4\log(x+1)}{(x+1)\sqrt{1-4\log^2(x+1)}},\qquad \text{(c)}\quad \frac{e^{2-\log^2 x}\log x}{x}$$

$$\text{(d)}\quad (4x^3+x)e^{-x^2},\qquad \text{(e)}\quad \frac{4\log x}{x(1-2\log^2 x)}$$

5. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int \frac{x^2}{(x+1)\sqrt{2x-1}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y=\sqrt{2x-1}$.

6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n\to+\infty$ la precedente sia "o piccolo" della successiva: $(n!)^{-n}$, $1-e^{1/n}$, $n!$, $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^3}$, $1/\operatorname{sen}(1/n)$, $\sqrt{n^3+2n+1}$, n^{-n}, 2^{n^2}, e^{n^2}.

Punti: 4 per ogni limite, 9, 10, 4+3+2+4+3, 6, 6, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2020/2021

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBML, ☐ IBW

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 24 giugno 2021

Cognome e Nome:

Matricola:

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{4x\log\sqrt{1-x}+(x^2-1)\operatorname{sen}2x+2e^x\tan x}{\big(\log(1-x)+x\big)(e^{1-x}-e^{1+x})}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{-\operatorname{sen}2x}\tan x - x(1-3x)\cos x}{x+|x^3+x|}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{9x^2-3x^3-4(2x+\cos x)\operatorname{sen}x-8(1-\sqrt{x+1})}{x^2\sqrt{\cos x-\cos 2x}}$

d) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{1-e^{1/(n+1)}}-\frac{1}{1-e^{1/n}}\right)$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\arccos(\cos x)}{4x-\sqrt{4\cos x-4\cos 3x}}$

f) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\left(1-\frac{2}{n}\right)^{n^3} e^{2n^2+2n}$

g) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\sqrt[n]{\frac{n!}{(2n+1)!}}$

h) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{n!(n+2)^n}{(2n+1)!}$

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{x(x^2+3)}{3x^2+1}$, trovare **a)** dominio, eventuali simmetrie, segno e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d)** f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x) := \sqrt{\left|\dfrac{x^3}{3x^2-1}\right|}$, trovare **a)** dominio, eventuali simmetrie, continuità, limiti agli estremi ed eventuali asintoti; **b)** $g'(x)$ dove esiste, crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; **d)** calcolare $g''(x)$ dove esiste e trovare gli intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di g.

4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (la penultima per parti):

$$\text{(a)}\quad \frac{x^5-x+2}{x^4-2x^3+2x^2},\qquad \text{(b)}\quad \frac{4\arccos x}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-4\arccos^2 x}},\qquad \text{(c)}\quad \frac{e^{1+2\log^2 x}\log x}{x}$$

$$\text{(d)}\quad (x-3x^3)e^{-x^2},\qquad \text{(e)}\quad \frac{4\log x}{x(1+2\log^2 x)}$$

5. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int \frac{x^2}{(2x+1)\sqrt{1-2x}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y=\sqrt{1-2x}$.

6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n\to+\infty$ la precedente sia "o piccolo" della successiva: $\sqrt{n^3+2n+1}$, $(n!)^{-n}$, $1/\operatorname{sen}(1/n)$, $n!$, $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^3}$, $1-e^{1/n}$, e^{n^2}, n^{-n}, 2^{n^2}.

Punti: 4 per ogni limite, 9, 10, 4+3+2+4+3, 6, 6, 6.